

# 低信噪比下快速分裂 Bregman 迭代 ISAR 超分辨率成像\*

朱燕丽<sup>1</sup>, 周 鹏<sup>✉1</sup>, 张振华<sup>2</sup>, 张 晰<sup>3</sup>, 张 杰<sup>1</sup>, 王 影<sup>2</sup>

(1 中国石油大学(华东)海洋与空间信息学院 青岛 266580

2 北京遥测技术研究所 北京 100076

3 自然资源部第一海洋研究所 青岛 266061)

**摘要:** 针对低信噪比条件下的逆合成孔径雷达 ISAR (Inverse Synthetic Aperture Radar) 超分辨率成像处理问题, 提出了一种基于快速分裂 Bregman 迭代的 ISAR 超分辨率成像算法。首先, 在正则化框架下, 将方位分辨率的提高问题转化为一个正则化问题; 其次, 利用托普利兹矩阵的低位移秩特征和 Gohberg-Semencul 表示来加速收敛。所提出的算法既利用了分裂 Bregman 迭代在低信噪比条件下的重构能力, 又能保证快速成像。利用仿真和实测数据开展了多项实验, 与线性 Bregman 迭代 LBI (Linearized Bregman Iteration)、正交匹配追踪 OMP (Orthogonal Matching Pursuit) 等现有常用算法的结果进行了比较, 结果表明本文算法取得了更佳的成像性能且运行时间相对较短。

**关键词:** 低信噪比; 快速分裂 Bregman 迭代; 逆合成孔径雷达; 超分辨率成像; 托普利兹矩阵

**中图分类号:** TN959.1 **文献标识码:** A **文章编号:** CN11-1780(2022)02-0068-13

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20211009002

**引用格式:** 朱燕丽, 周鹏, 张振华, 等. 低信噪比下快速分裂 Bregman 迭代 ISAR 超分辨率成像[J]. 遥测遥控, 2022, 43(2): 68–80.

## Fast split Bregman iterative based super resolution imaging for ISAR systems under low SNR

ZHU Yanli<sup>1</sup>, ZHOU Peng<sup>1</sup>, ZHANG Zhenhua<sup>2</sup>, ZHANG Xi<sup>3</sup>, ZHANG Jie<sup>1</sup>, WANG Ying<sup>2</sup>

(1. College of Oceanography and Space Informatics, China University of Petroleum, Qingdao 266580, China;

2. Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100076, China;

3. First Institute of Oceanography, Ministry of Natural Resources, Qingdao 266061, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of ISAR (inverse synthetic aperture radar) super-resolution imaging processing under the condition of low signal-to-noise ratio, an ISAR super-resolution imaging algorithm based on fast split Bregman iteration is proposed. Firstly, in the framework of regularization, the problem of improving azimuth resolution is transformed into a regularization problem. Secondly, the low shift rank feature of Toeplitz matrix and Gohberg–Semencul representation are used to accelerate the convergence. The proposed algorithm not only makes use of the reconstruction ability of split Bregman iteration under the condition of low signal-to-noise ratio, but also ensures fast imaging. A number of experiments are carried out using simulation and real data. The results are compared with the results of existing common algorithms such as LBI (linear Bregman iteration) and OMP (orthogonal matching pursuit). The results show that the proposed algorithm in this paper achieves better imaging performance and relatively short running time.

**Key words:** Low SNR; Fast split Bregman iteration; ISAR; Super resolution imaging; Toeplitz matrix

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20211009002

**Citation:** ZHU Yanli, ZHOU Peng, ZHANG Zhenhua, et al. Fast split Bregman iterative based super resolution imaging for ISAR systems under low SNR[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2022, 43(2): 68–80.

\*基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC1405600); 国家自然科学基金重点项目(61931025); 山东省自然科学基金项目(ZR2019MF004); 国家自然科学基金项目(61971455)

✉通信作者: 周鹏(zhoupeng@upc.edu.cn)

收稿日期: 2021-10-09 收修改稿日期: 2021-11-23

## 引 言

逆合成孔径雷达 ISAR 利用非合作运动目标相对于雷达的转角进行高分辨成像。它能够全天候、全天时地工作,在军事和民用领域具有重要的应用价值<sup>[1]</sup>。在 ISAR 系统中,距离向的高分辨是通过大时间带宽积的波形实现的,方位向的高分辨一般通过长相干积累时间内雷达观测目标的转角而获得。然而,在现实世界中,观察环境可能很复杂。可能会有强噪声源污染雷达回波,导致信噪比 SNR 低。也可能很难获得连续较长的积累时间,导致方位分辨率较低,同时造成脉冲积累后的信噪比相对较低。当 ISAR 系统的方位分辨率较低时,将严重降低 ISAR 图像质量,对目标的分类与识别精度造成非常不利的影响,因此研究 ISAR 系统的超分辨率成像算法是非常必要的。

目前,研究 ISAR 超分辨率成像的思路主要基于压缩感知 CS (Compressive Sensing) 理论<sup>[2]</sup>。基于 CS 的成像算法以其结构简单、图像质量高、计算复杂度低的优势,被认为是一种优秀的数据处理算法。如果信号是“稀疏的”,它就可以从很少的观测数据中被精确地重构出来。CS 的框架主要分为三个部分:测量矩阵、稀疏表示、重构算法。其中重构算法的选取对重构精度和重构速度都有很大的影响。常用的重构算法包括凸优化算法、贪婪算法和统计学习算法等几大类。目前常用的线性 LBI 算法<sup>[3]</sup>、OMP 算法<sup>[4]</sup>、SBL 算法<sup>[5]</sup>分别是上述三类算法的典型代表。然而,上述算法在低信噪比的情况下都存在着重构性能不佳、计算复杂度高等不足。

近年来,快速分裂 Bregman 迭代算法 FSBI (Fast Split Bregman Iteration) 因其抗噪性能强的优点,被广泛用于解决大规模优化问题,在压缩感知领域取得了良好的效果<sup>[6]</sup>。受此启发,为实现低信噪比下的 ISAR 快速超分辨成像,本文提出了一种基于快速分裂 Bregman 迭代的 ISAR 超分辨成像算法。首先,在正则化框架下引入  $L_1$  范数表示目标的稀疏先验信息,将方位分辨率提高问题转化为正则化问题;其次,为实现快速重构,将托普利兹矩阵的低位移秩特征<sup>[7]</sup>和 Gohberg-Semencul 表示<sup>[8]</sup>相结合,实现了矩阵的快速求逆。通过上述两方面的措施,既能利用分裂 Bregman 迭代算法在低信噪比条件下的重构能力<sup>[9]</sup>,又能保证快速成像。最后,通过仿真和实测数据处理验证了本文提出算法的性能。

## 1 压缩感知 ISAR 成像模型的建立

经过脉冲压缩和平动补偿后的某一距离单元的回波可以表示为:

$$s(t_m) = \sum_{k=1}^K A_k \text{rect}\left(\frac{t_m}{T_M}\right) \exp(-j2\pi f_k t_m) + n(t_m), \quad (1)$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1$$

式中,  $K$  是散射点的数量,  $A_k$  为第  $k$  个散射点的回波幅度,  $t_m$  为慢时间,  $T_M$  为方位向时间长度,  $M$  为脉冲个数,  $f_k$  为第  $k$  个散射点相对于参考点的多普勒频率,  $n(t_m)$  表示加性噪声。

为实现方位向的超分辨率成像,分别定义多普勒采样间隔和时间采样间隔为  $\Delta f_d$  和  $\Delta t$ , 脉冲重复频率为  $f_r$ ,  $M = T_M / \Delta t$ 。离散化慢时间序列表示为  $\mathbf{t}_m = [1:M]^T \cdot \Delta t$ ,  $\Delta t = 1/f_r$ , 多普勒域为  $[-f_r/2, f_r/2]$ , 各多普勒单元的散射点的强度用向量  $\boldsymbol{\sigma}$  表示为  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q, \dots, \sigma_Q]^T$ ,  $\sigma_q$  ( $q = 0, 1, \dots, Q-1$ ) 表示位于第  $q$  个多普勒单元内的散射系数,  $f_{d_q} = q\Delta f_d - f_r/2$ 。只有当多普勒单元内有散射点时,  $\sigma_q$  才不为 0。由于包含散射点的多普勒单元的数量很少,  $\boldsymbol{\sigma}$  可以视为稀疏的。

构造稀疏基  $\boldsymbol{\Psi}_{M \times Q} = \left[ \exp(-j2\pi f_{d_q} t_m) \right]$  ( $m = 0, \dots, M-1; q = 0, \dots, Q-1$ )。引入压缩感知模型后,式(1)可以表示为:

$$\mathbf{s}_{M \times 1} = \boldsymbol{\Psi}_{M \times Q} \boldsymbol{\sigma}_{Q \times 1} + \mathbf{n}_{M \times 1} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{s}$  为方位向信号向量,  $\mathbf{n}$  为噪声向量。

在压缩感知理论中,对稀疏信号  $\mathbf{s}$  的观测不是直接测量信号  $\mathbf{s}$  本身,而是通过非相关测量将信号  $\mathbf{s}$

投影到一组低维的观测向量, 即有:

$$\mathbf{y}_{M' \times 1} = \Phi_{M' \times M} \mathbf{s}_{M \times 1} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{y}$  为观测向量,  $\Phi$  为测量矩阵,  $M'$  为观测向量中元素的个数。由于  $M' < M$ , 直接求解式 (3) 是一个欠定问题, 所以无法直接从  $\mathbf{y}$  中解出信号  $\mathbf{s}$ 。将式 (2) 代入式 (3) 中, 有:

$$\mathbf{y}_{M' \times 1} = \Phi_{M' \times M} \mathbf{s}_{M \times 1} = \Phi_{M' \times M} \Psi_{M \times Q} \boldsymbol{\sigma}_{Q \times 1} + \Phi_{M' \times M} \mathbf{n}_{M \times 1} = \mathbf{A}_{M' \times Q} \boldsymbol{\sigma}_{Q \times 1} + \mathbf{E}_{M' \times 1} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{A} = \Phi \Psi$  为感知矩阵,  $\mathbf{E} = \Phi \mathbf{n}$  为噪声矩阵。可以通过求解式 (4) 得到稀疏系数向量  $\boldsymbol{\sigma}$ , 从而最终重构出稀疏信号  $\mathbf{s}$ 。

可以将式 (4) 转化为如下优化问题:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \|\boldsymbol{\sigma}\|_1, \text{ s.t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma}\|_2 \leq \varepsilon \quad (5)$$

式中,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  是  $\boldsymbol{\sigma}$  的估计值,  $\|\cdot\|_1$ 、 $\|\cdot\|_2$  分别表示  $L_1$ 、 $L_2$  范数,  $\varepsilon$  对应噪声电平。

式 (5) 可以利用传统的线性规划方法进行求解, 但是噪声的扰动可能导致估算值远离真实值。因此将式 (5) 转化为以下正则化形式:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \left[ \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + f(\boldsymbol{\sigma}) \right] \quad (6)$$

式中,  $\mu$  是正则化参数,  $f(\boldsymbol{\sigma})$  表示正则化项。

通常, 对正则项的选择取决于目标先验信息。可以引入合理的正则项来提高分辨率。在 ISAR 成像场景中, 通常只关注强散射点目标。在稀疏假设下, 将式 (6) 转化为以下形式:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \|\boldsymbol{\sigma}\|_1 \quad (7)$$

通过正则化项  $\|\boldsymbol{\sigma}\|_1$  控制  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  的稀疏性, 通过  $\|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2$  控制  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  的误差, 同时保证了解的稀疏性和准确性, 而且能较好地克服噪声的影响。

由于  $L_1$  范数和  $L_2$  范数都是凸函数, 可以通过凸优化方法对式 (7) 求解。然而  $L_1$  范数是不可微的, 所以求解它具有挑战性。

## 2 快速分裂 Bregman 迭代 ISAR 超分辨率成像算法

在本节中, 利用托普利兹矩阵的低位移秩特征和 Gohberg-Semencul 定理对分裂 Bregman 迭代 SBI (Split Bregman Iteration) 算法进行加速, 以实现  $L_1$  正则化问题的快速求解。

### 2.1 分裂 Bregman 迭代算法

为了求解式 (7), 首先引入辅助变量  $\mathbf{g}$  来代替  $\boldsymbol{\sigma}$ , 式 (7) 变为:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \|\mathbf{g}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{g} = \boldsymbol{\sigma} \quad (8)$$

将上面的约束问题进一步转化为下面的非约束优化问题:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{g} - \boldsymbol{\sigma}\|_2^2 + \|\mathbf{g}\|_1 \quad (9)$$

式中,  $\gamma$  是大于 0 的常数。表面上, 式 (8) 和式 (9) 看起来是多余的, 然而, 它们能极大地降低计算复杂度并获得更有效的迭代策略。

另一个重要的概念是 Bregman 距离。基于凸函数  $J(\cdot)$  上的点  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{w}$  的 Bregman 距离定义为<sup>[10]</sup>:

$$D_J^p(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = J(\mathbf{u}) - J(\mathbf{w}) - \langle \mathbf{p}, \mathbf{u} - \mathbf{w} \rangle, \mathbf{p} \in \partial J(\mathbf{u}) \quad (10)$$

式中, 向量  $\partial J(\mathbf{u})$  是  $J(\mathbf{u})$  的梯度。

令  $\mathbf{J}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{g}) = \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \|\mathbf{g}\|_1$ , 应用 Bregman 迭代算法, 式 (10) 转化为:

$$\begin{cases} (\boldsymbol{\sigma}^{k+1}, \mathbf{g}^{k+1}) = \min_{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{g}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{g}^k - \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{b}^k\|_2^2 + \|\mathbf{g}\|_1 \\ \mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{b}^k + (\boldsymbol{\sigma}^{k+1} - \mathbf{g}^{k+1}) \end{cases} \quad (11)$$

式(11)中的最小化问题可以转化为对2个子问题 $\boldsymbol{\sigma}^{k+1}$ 和 $\mathbf{g}^{k+1}$ 分别进行优化, 即有:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}^{k+1} = \min_{\boldsymbol{\sigma}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{y}\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{g}^k - \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{b}^k\|_2^2 \\ \mathbf{g}^{k+1} = \min_{\mathbf{g}} \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{g}^k - \boldsymbol{\sigma}^{k+1} - \mathbf{b}^k\|_2^2 + \|\mathbf{g}\|_1 \end{cases} \quad (12)$$

对子问题 $\boldsymbol{\sigma}^{k+1}$ 的求解可以采用多种方法。当问题规模不大时, 对式(12)第1个式子中的 $\boldsymbol{\sigma}$ 进行求导并令导数等于0, 可以得到:

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = (\mu \mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} [\mu \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \gamma (\mathbf{g}^k - \mathbf{b}^k)] \quad (13)$$

式(13)中涉及到求逆运算, 计算复杂度较高。为简化计算, 可以使用 Gauss Seidel 迭代法来求解<sup>[11]</sup>。

子问题 $\mathbf{g}^{k+1}$ 可直接利用软阈值法得到最优解, 其表达式如下:

$$\mathbf{g}^{k+1} = \text{shrink}(\boldsymbol{\sigma}^{k+1} + \mathbf{b}^k, 1/\gamma) \quad (14)$$

其中:

$$\text{shrink}(x_i, \lambda) = \text{sign}(x_i) \max(|x_i| - \lambda, 0) \quad (15)$$

式中,  $\text{sign}()$ 表示符号函数。在求解式(14)的过程中, 式(12)中的第2个式子可直接对 $\mathbf{b}$ 进行更新。

## 2.2 快速迭代计算算法

虽然用 SBI 求解  $L_1$  正则化问题需要三个步骤, 但主要的计算复杂度通常来自于 $\boldsymbol{\sigma}$ 的求解, 即式(13)。 $\mathbf{g}$ 和 $\mathbf{b}$ 的求解, 只涉及到一些简单的加减运算, 与式(13)相比, 它们的计算复杂性可以忽略不计。因此, 这里主要分析式(13)的计算复杂度。经分析后可知, 其计算复杂度是 $O(N^3)$ 。

实际上, 可以通过降低矩阵求逆引起的高计算复杂度来降低式(13)的计算复杂度。首先, 将式(13)改写为:

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{d}^k \quad (16)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2^* & \cdots & r_M^* \\ r_2 & r_1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & r_2^* \\ r_M & r_{M-1} & \cdots & r_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{F} = \mu \mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{d}^k = \mu \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \gamma (\mathbf{g}^k - \mathbf{b}^k)$ 。从矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{I}$ 的结构来看, 可以看出矩阵 $\mathbf{F}$ 具有托普利兹结构。因此,  $\mathbf{F}^{-1}$ 计算复杂度的降低可以通过使用合适的 Gohberg-Semencul 表示来解决。并且, 式(16)的计算可以通过使用快速托普利兹向量乘法更有效地实现。

基于 Gohberg-Semencul 表示的加速策略可以实现系数矩阵的快速求逆, 大大降低了矩阵求逆的计算复杂度。

首先, 自回归系数 $\mathbf{a} = (1, a_2, \dots, a_M)^T$ 和预测误差 $e$ 可以通过 Levinson-Durbin 算法从 Yule-Walker AR 方程获得<sup>[12]</sup>, 即有:

$$r_1 + a_2 r_2^* + \cdots + a_M r_M^* = e \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2^* & \cdots & r_M^* \\ r_2 & r_1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & r_2^* \\ r_M & r_{M-1} & \cdots & r_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_M \end{bmatrix} \quad (19)$$



$O((K+1)N^3 + 5KN^2 + 3KN + N \log N) + \varphi(N)$ 。计算复杂度从  $O(N^3)$  降低到  $O(N^2)$ ，计算复杂度大大降低。

### 2.4 正则化参数的选取

通常采用 L-curve 曲线法来确定正则化参数<sup>[14]</sup>。图 1 给出利用 L-curve 曲线确定正则化参数的示意图，其中横坐标表示正则化项残差的范数，纵坐标表示解的范数，曲线上的拐点代表了最佳正则化参数的位置。

在计算式 (12) 的过程中，需要确定  $\mu$  和  $\gamma$  两个正则化参数。在第一次迭代中，参数  $\gamma$  的初值是根据经验确定的，然后通过 L-curve 曲线法获得正则化参数  $\mu$  的初值。具体而言，是把  $\lg\left[(\gamma/2)\|g^k - \sigma(\mu) - b^k\|_2^2\right]$  作为  $\lg\left[(1/2)\|A\sigma(\mu) - y\|_2^2\right]$  的函数并作曲线，曲线上的点与正则化参数  $\mu$  一一对应。通过曲线的拐点处  $\|A\sigma(\mu) - y\|_2^2$  的值获得对应  $\mu$  的值。同理，参数  $\gamma$  可以通过式 (12) 的第二个式子确定，L-curve 曲线法绘制  $\lg(\|g(\gamma)\|_1)$  作为  $\lg\left[(1/2)\|g(\gamma) - \sigma^{k+1} - b^k\|_2^2\right]$  的函数，通过曲线的拐点处  $\|g(\gamma) - \sigma^{k+1} - b^k\|_2^2$  的值获得对应  $\mu$  的值

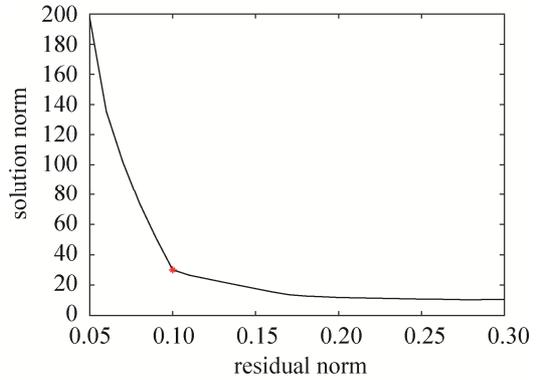


图 1 利用 L-curve 曲线确定正则化参数示意图  
Fig. 1 Diagram of regularization parameter determination by L-curve method

## 3 实验

首先，针对一维信号，采用蒙特卡洛模拟的方法，评估并比较了 OMP 算法、SBI (Split Bregman Iteration) 算法、LBI 算法、本文的 FSBI 算法在不同信噪比条件下的稀疏信号重构性能；接下来，针对短积累时间和数据随机缺失两种情况，利用仿真的方法生成了低信噪比条件下匀速转动船只的 ISAR 模拟回波。评估并比较了 RD 算法、OMP 算法、SBI 算法、本文 FSBI 算法的成像结果与图像性能指标；最后，针对实测的船只 ISAR 回波数据进行了超分辨率成像处理，评估并比较了 OMP 算法、SBI 算法、LBI 算法、FSBI 算法的成像结果与图像性能指标。对于实测船只 ISAR 回波数据的处理，同样分为了短积累时间和数据随机缺失两种情况。

### 3.1 一维稀疏信号重构的性能分析

假设原始信号  $x$  是一个  $1024 \times 1$  的随机稀疏向量，其中有 50 个非零值。经乘以测量矩阵后降维为  $300 \times 1$  的观测向量，通过添加高斯白噪声使信噪比从  $-5$  dB 到  $20$  dB 变化。对于每种信噪比水平，通过 200 次的蒙特卡洛模拟实验，计算重构值与真实值之间的均方根相对误差 RMSRE (Root Mean Square Relative Error)。这里的 RMSRE 定义为：

$$\text{RMSRE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_{ri} - x_{ti}}{x_{ti}}\right)^2}{N}} \quad (28)$$

式中， $i$  为元素序号， $N$  为向量中的元素个数， $x_{ri}$  为重构值， $x_{ti}$  为真实值。

图 2 给出了 OMP 算法、SBI 算法、LBI 算法、本文 FSBI 算法的 RMSRE 随信噪比水平的变化。需说明的是，由于 FSBI 算法和 SBI 算法的原理相同，二

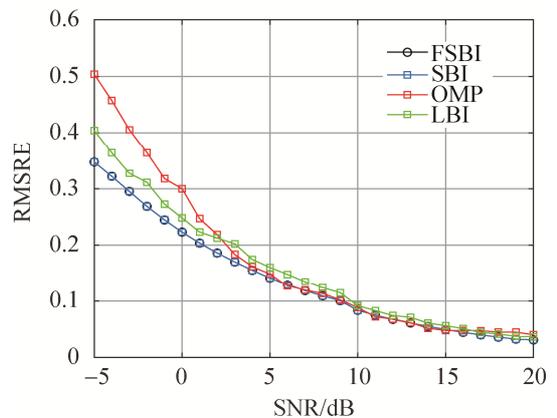


图 2 不同算法的 RMSRE 随信噪比水平的变化  
Fig. 2 Variation of the average RMSRE with SNR for the four algorithms

者的 RMSRE 曲线相同。从图中可以看出, 本文 FSBI 算法和 SBI 算法在各种信噪比水平下的 RMSRE 值均最小。

表 1 给出了四种算法的平均运行时间, 其中 LBI 算法的运行时间最长, 接下来依次是 SBI 算法、FSBI 算法和 OMP 算法。因此, 与现有常用算法相比, 本文 FSBI 算法可以在可接受的运行时间内获得最佳的稀疏重建性能。

### 3.2 仿真数据的实验结果

针对短积累时间和数据随机缺失两种情况, 利用仿真的方法生成了低信噪比条件下匀速转动船只的 ISAR 模拟回波。对 OMP 算法、SBI 算法、LBI 算法和 FSBI 算法的成像结果和成像性能指标进行了评估比较。仿真中使用的主要参数如表 2 所示。仿真过程中使用的船只散射点模型如图 3 所示。针对短时间积累的情况, 通过加入高斯白噪声, 使得距离压缩后的回波信噪比为  $-5$  dB 和  $0$  dB。针对数据随机缺失的情况, 数据缺失比例为 25%。

表 2 仿真过程中使用的主要参数

Table 2 Main parameters used in simulation

参数	数值
载波频率	10 GHz
信号带宽	100 MHz
脉冲重复频率	700 Hz
脉冲宽度	5 $\mu$ s
船只航速	10 m/s
船只偏航角速度	0
船只俯仰角速度	0.035 rad/s
船只横滚角速度	0
积累时间	0.15 s

表 1 不同算法平均运行时间的比较

Table 1 Comparison of the average running time for the four algorithms

成像算法	OMP	LBI	SBI	FSBI
时间 (s)	0.143 9	0.913 5	0.648 3	0.299 7

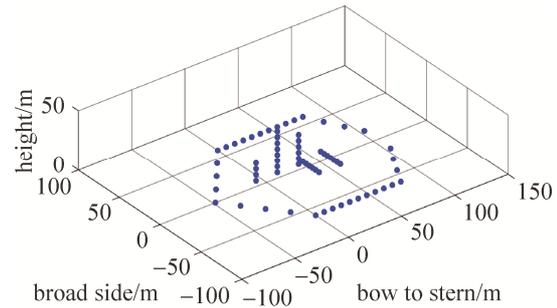


图 3 船只散射点模型

Fig. 3 Ship scattering point model

首先, 测试了短积累时间情况下利用几种不同算法获得的 ISAR 图像。图 4 和图 5 显示了该情况下的 ISAR 回波和利用几种不同算法获得的 ISAR 图像。其中, 图 4 (a) 为模拟得到的 ISAR 距离压缩回波, 图 4 (b)、(c)、(d)、(e) 分别为利用 RD 算法、OMP 算法、LBI 算法、本文 FSBI 算法获得的 ISAR 成像结果。因为 FSBI 算法和 SBI 算法的原理相同, 获得的 ISAR 图像相同。它们之间的唯一区别是计算复杂性。因此, 图中结果仅列出了 FSBI 算法的成像结果。从图中可以观察到, OMP、LBI、SBI、FSBI 算法等几种基于压缩感知的成像算法获得了比 RD 算法更好的聚焦图像。对比几种压缩感知算法获得的图像发现, OMP 算法产生的图像虚假点相对较多, LBI 算法产生的图像较暗淡, 而 FSBI 算法生成的 ISAR 图像获得了最清晰的船只结构。为了进一步定量比较四种算法成像结果的质量和计算复杂度, 计算了图像熵并记录了运行时间。表 3 列出了四种算法的图像熵和运行时间。从表中可以看出, 在  $\text{SNR}=-5$  dB 的条件下, FSBI 算法和 SBI 算法的图像熵最小, 在  $\text{SNR}=0$  dB 的条件下, LBI 算法的熵值最小, FSBI 算法与 LBI 算法的熵值接近。与此同时, FSBI 算法的运行时间也相对较短。因而取得了最佳的成像质量。

接下来, 测试了数据随机缺失情况下利用几种不同算法获得的 ISAR 图像, 设置数据缺失比例为 25%。图 6 显示了该情况下的 ISAR 距离压缩回波和利用几种不同算法获得的 ISAR 图像。其中, 图 6 (a) 为模拟得到的 ISAR 距离压缩回波, 在这种情况下, 由于采样网格不连续, RD 算法失效。图 6 (b)、(c)、(d) 分别为利用 OMP 算法、LBI 算法、FSBI 算法获得的 ISAR 成像结果。同样计算了几幅图像的图像熵和运行时间。表 4 列出了对应的计算结果。对比计算结果可发现, FSBI 算法的图像熵最低、运行时间相对较短。综合而言, FSBI 算法的成像性能最优。

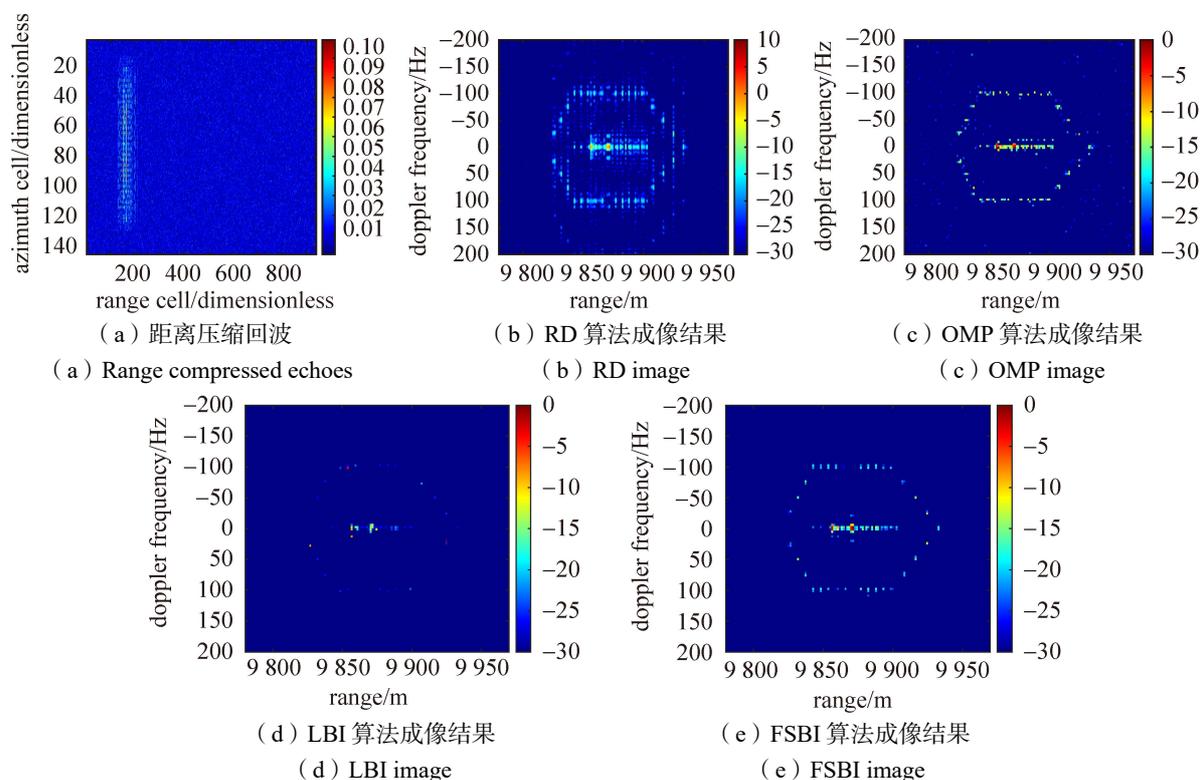


图4 ISAR回波和RD算法、OMP算法、LBI算法、FSBI算法成像结果 (SNR=0 dB)

Fig. 4 ISAR echo and imaging results acquired by RD algorithm, OMP algorithm, LBI algorithm and proposed algorithm (FSBI) (SNR=0 dB)

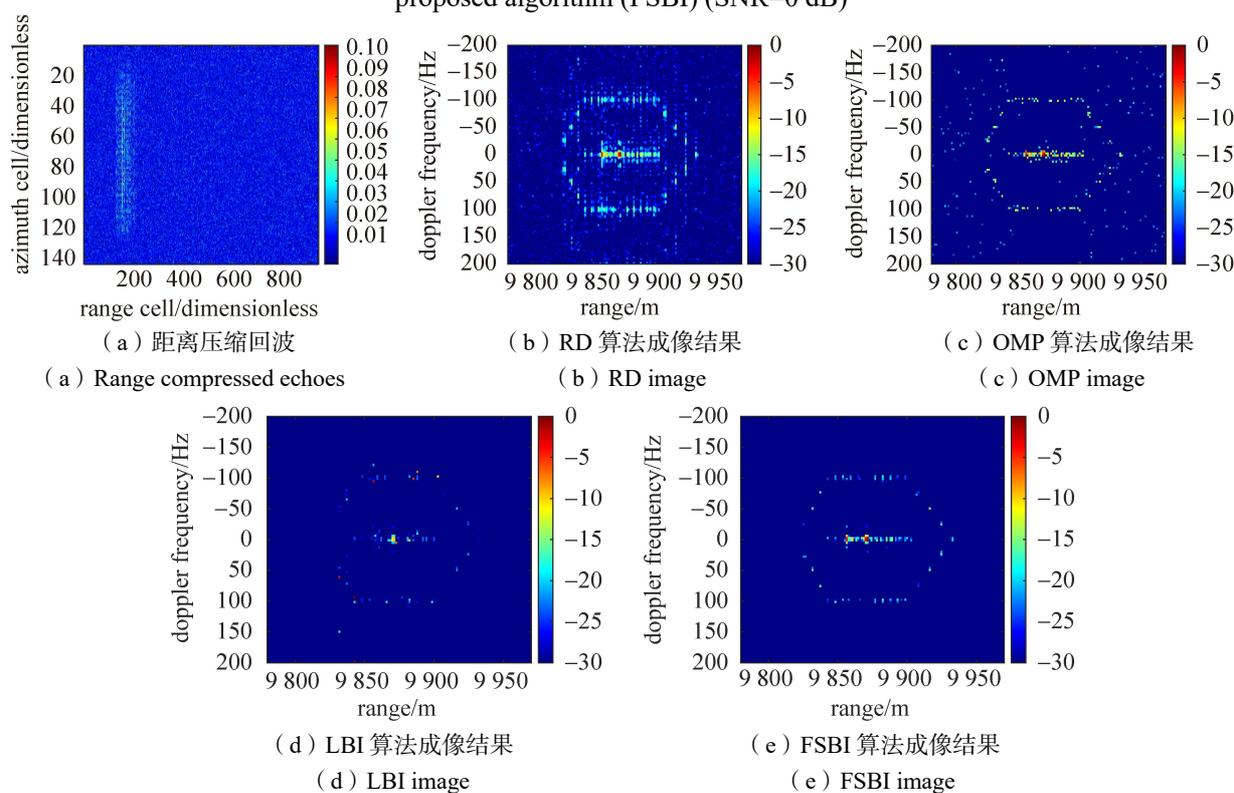


图5 ISAR回波和RD算法、OMP算法、LBI算法、FSBI算法成像结果 (SNR=-5 dB)

Fig. 5 ISAR echo and imaging results acquired by RD algorithm, OMP algorithm, LBI algorithm and FSBI algorithm (SNR=-5 dB)

表 3 短积累时间情况下不同算法成像结果的图像熵和运行时间比较

Table 3 Comparison of image entropy and running time of four algorithms in the case of short accumulation time

SNR	算法	图像熵	运行时间(s)
0 dB	OMP	0.119 7	1.095 7
	LBI	0.007 1	10.988 5
	SBI	0.007 2	7.435 9
	FSBI	0.007 2	4.416 7
-5 dB	OMP	0.191 7	1.171 4
	LBI	0.015 8	11.632 9
	SBI	0.007 3	7.257 2
	FSBI	0.007 3	3.799 2

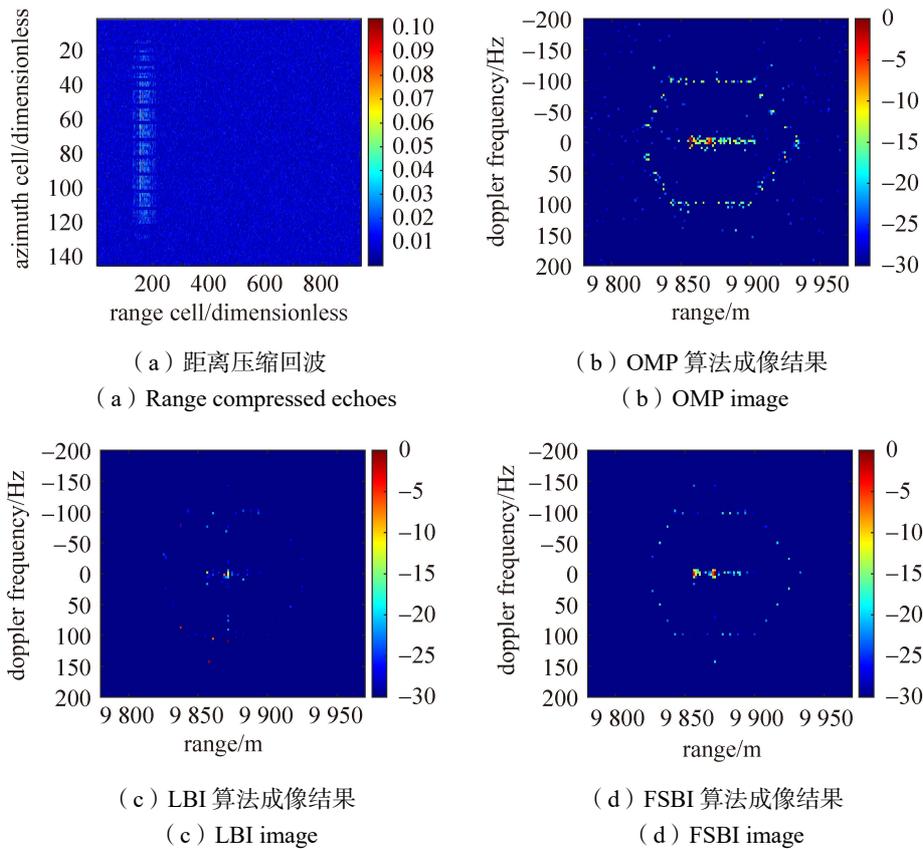


图 6 数据随机缺失情况下的 ISAR 回波和 OMP 算法、LBI 算法、FSBI 算法成像结果

Fig. 6 ISAR echo and imaging results acquired by RD algorithm, OMP algorithm, LBI algorithm and FSBI algorithm in the case of random loss of data

表 4 数据随机缺失情况下不同算法成像结果的图像熵和运行时间比较

Table 4 Comparison of image entropy and running time of four algorithms in the case of random loss of data

算法	图像熵	运行时间(s)
OMP	0.012 7	1.563 2
LBI	0.012 8	10.089 1
SBI	0.003 5	6.258 1
FSBI	0.003 5	2.947 5

### 3.3 实测数据的实验结果

本节利用舰船 ISAR 实测数据来进一步验证本文 FSBI 算法的有效性。雷达信号的中心频率为 9.25 GHz，带宽为 500 MHz，脉冲重复频率为 100 Hz。完整的雷达回波包含 256 个脉冲，每个脉冲由 256 个采样值组成。针对短时间积累的情况，通过加入高斯白噪声，使得距离压缩后的回波信噪比为 0 dB 和 5 dB。针对数据随机缺失的情况，数据缺失比例为 20%。

图 7 和图 8 显示了短时间积累情况下的实测数据的 ISAR 回波和利用几种不同算法获得的 ISAR 图像。其中，两图中的子图 (a) 为实测数据的 ISAR 回波，两图中的子图 (c)、(d)、(e) 分别为利用 OMP 算法、LBI 算法、FSBI 算法获得的 ISAR 成像结果。计算了几幅图像的图像熵并记录了运行时间。表 5 列出了相应的图像熵和运行时间。对比计算结果可发现，FSBI 算法的图像熵值相对较低，因而成像质量最优且运行时间相对较短。

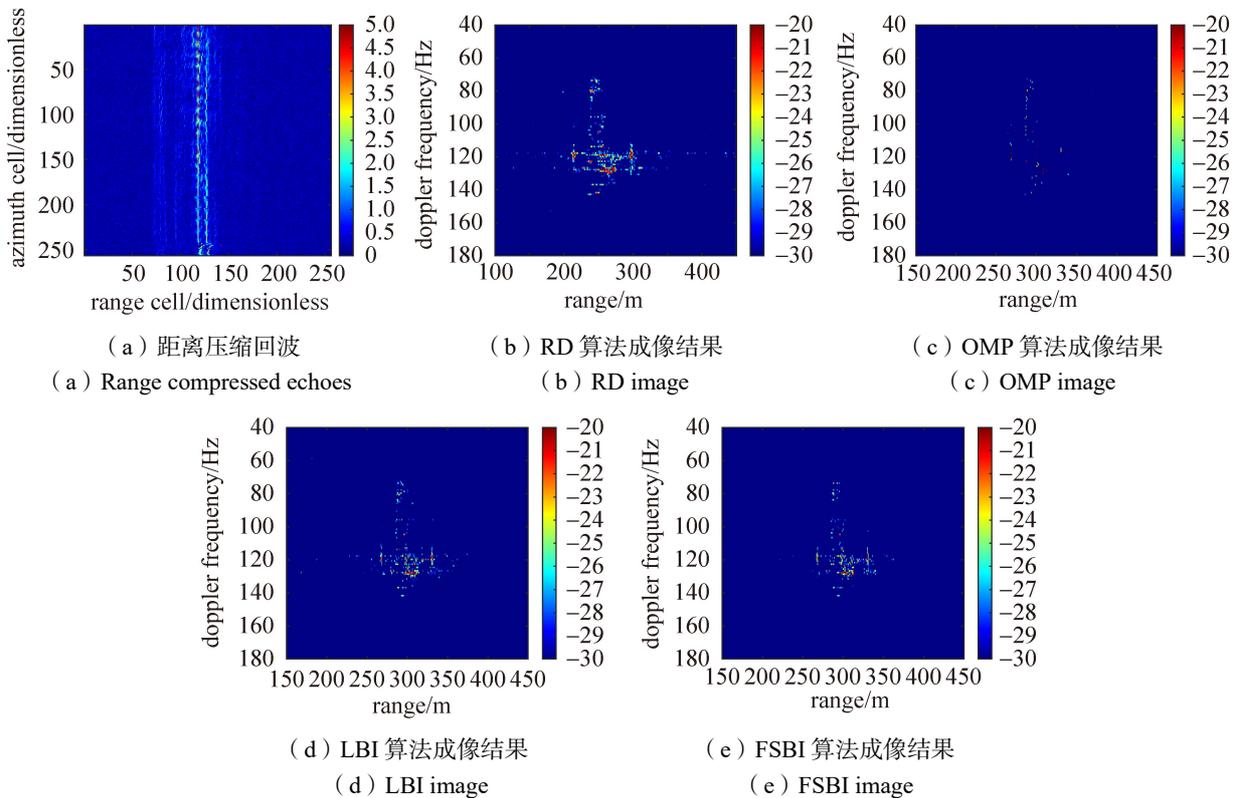
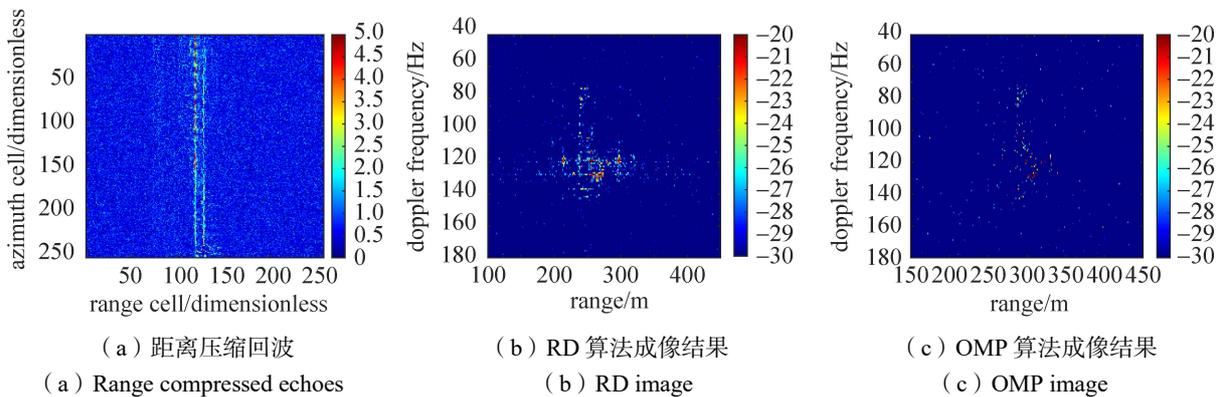


图 7 ISAR 回波和 OMP 算法、LBI 算法、FSBI 算法成像结果 (SNR=5 dB)

Fig. 7 ISAR echo and imaging results acquired by RD algorithm, OMP algorithm, LBI algorithm and proposed algorithm (FSBI) (SNR=5 dB)



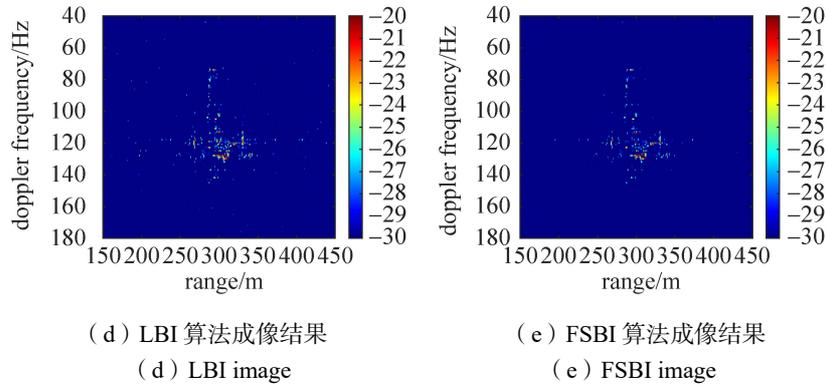


图 8 ISAR 回波和 OMP 算法、LBI 算法、FSBI 算法成像结果 (SNR=0 dB)

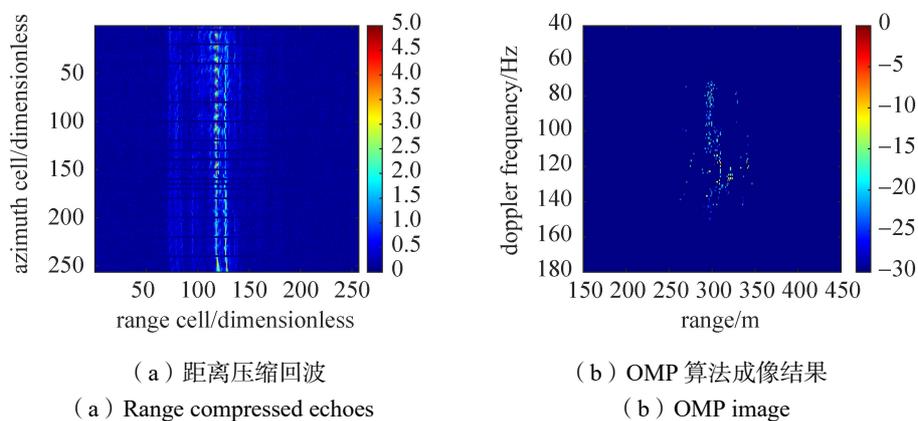
Fig. 8 ISAR echo and imaging results acquired by RD algorithm, OMP algorithm, LBI algorithm and proposed algorithm (FSBI) (SNR=0 dB)

表 5 短时间积累情况下不同算法对实测数据成像结果的指标值

Table 5 Index values of imaging results of the real data corresponding to four algorithms in the case of short accumulation time

SNR	算法	图像熵	运行时间(s)
5 dB	OMP	0.010 9	1.232 4
	LBI	0.026 3	14.816 5
	SBI	0.011 9	13.358 1
	FSBI	0.011 9	5.753 2
0 dB	OMP	0.045 4	1.112 8
	LBI	0.053 7	12.765 9
	SBI	0.012 5	13.246 3
	FSBI	0.012 5	6.589 1

图 9 显示了数据随机缺失情况下利用几种不同算法获得的 ISAR 图像。数据缺失比例为 20%。其中, 图 9 (a) 为 ISAR 距离压缩回波, 图 9 (b)、(c)、(d) 分别为利用 OMP 方法算法、LBI 算法、FSBI 算法获得的 ISAR 成像结果。同样计算了几幅图像的图像熵和运行时间。表 6 列出了对应的计算结果。对比计算结果可发现, 所提本文方法算法 (FSBI) 的图像熵值最低、运行时间相对较短。因而, 综合而言, FSBI 算法的成像质量性能最优。



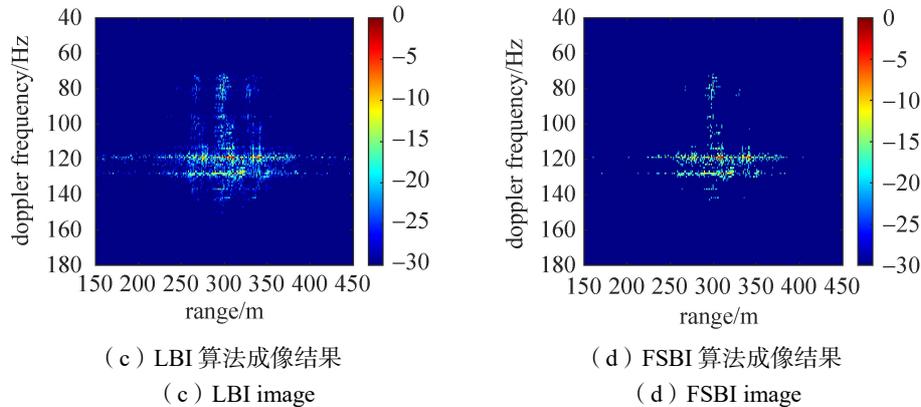


图9 数据随机缺失情况下实测数据的ISAR回波和OMP算法、LBI算法、FSBI算法成像结果

Fig. 9 ISAR echo and imaging results acquired byOMP algorithm, LBI algorithm and proposed algorithm and (FSBI) in the case of random loss of data

表6 数据随机缺失情况下不同算法对实测数据成像结果的指标值

Table 6 Index values of imaging results of the real data corresponding to four algorithms in the case of random loss of data

算法	图像熵	运行时间(s)
OMP	0.041 4	1.435 7
LBI	0.073 7	15.115 8
SBI	0.041 2	12.289 4
FSBI	0.041 2	6.358 9

#### 4 结束语

针对低信噪比下的ISAR超分辨率成像问题,提出了一种基于快速分裂Bregman迭代的ISAR超分辨率成像算法。所提出的FSBI算法的主要优势为:充分利用托普利兹矩阵的低位移秩特征和Gohberg-Semencul表示实现了矩阵的快速求逆,从而既能利用SBI算法在低信噪比条件下的重构能力,又实现了快速成像。通过对仿真和实测数据进行处理,验证了所提出的FSBI算法相比于现有常用算法能够在低信噪比的情况下具有更佳的聚焦性能,且运行时间相对较短。

#### 参考文献

- [1] LIU L, ZHOU F, BAI X R, et al. Joint cross-range scaling and 3D geometry reconstruction of ISAR targets based on factorization method[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(4): 1740–1750.
- [2] POTTER L C, ERTIN E, PARKER J T, et al. Sparsity and compressed sensing in radar imaging[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1006–1020.
- [3] ZHAO G, WANG Z, WANG G Q, et al. Robust ISAR imaging based on compressive sensing from noisy measurements[J]. Signal processing, 2012, 92(1): 120–129.
- [4] DYSZYNSKI W, SAMCZYNSKI P. Impact of non-compensated rotational motion on the stability of ISAR image formation using sparse signal reconstruction[C]// Proceedings of 2017 Signal Processing Symposium, Serock, Poland, 2017: 1–5.
- [5] XU G, YANG L, BI G, et al. Enhanced ISAR imaging and motion estimation with parametric and dynamic sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2017, 3(4): 940–952.
- [6] JAZAYERI S, KAZEMI N, KRUSE S. Sparse blind deconvolution of ground penetrating radar data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 57(6): 3703–3712.
- [7] GLENTIS G O, JAKOBSSON A. Efficient implementation of iterative adaptive approach spectral estimation techniques[J].

- IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(9): 4154–4167.
- [8] KARLSSON J, ROWE W, XU L, et al. Fast missing-data IAA with application to notched spectrum SAR[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2014, 50(2): 959–971.
- [9] GOLDSTEIN T, OSHER S. The split Bregman method for L1-regularized problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323–343.
- [10] DONG B, MAO Y, OSHER S, et al. Fast linearized Bregman iteration for compressive sensing and sparse denoising[J]. Communications in Mathematical Sciences, 2010, 8(1): 93–111.
- [11] NIE J, TANG X, XU L. The Gauss-Seidel method for generalized Nash equilibrium problems of polynomials[J]. Computational Optimization and Applications, 2020, 78(1): 1–29.
- [12] 刘晓玲. 关于 Toeplitz+Hankel 线性方程组的迭代解法[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2016.  
LIU Xiaoling. The iterative methods to the Toeplitz-plus-Hankel systems[D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2016.
- [13] GLENTIS G O, JAKOBSSON A. Superfast approximative implementation of the IAA spectral estimate[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 472–478.
- [14] YANG P, XU Y, FENG D. A modified L-curve method for choosing regularization parameter in electrical resistance tomography[C]// Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Imaging Systems & Techniques, Macau, China, IEEE, 2015: 1–6.

#### [作者简介]

- 朱燕丽 1997 年生, 在读硕士研究生, 主要研究方向为逆合成孔径雷达超分辨率成像。
- 周 鹏 1976 年生, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为 SAR 成像处理和海洋遥感应用。
- 张振华 1977 年生, 研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理和 SAR 成像处理。
- 张 晰 1981 年生, 副研究员, 博士生导师, 主要研究方向为海洋遥感和雷达信号处理。
- 张 杰 1963 年生, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为海洋遥感和新体制雷达设计。
- 王 影 1979 年生, 硕士, 研究员, 主要研究方向为雷达信号处理和雷达系统设计。

(本文编辑: 潘三英)