

基于卡尔曼滤波器残差的矢量跟踪完好性研究

赵天东

(北京遥测技术研究所 北京 100076)

摘要: 针对接收机跟踪卫星导航信号时可能发生的各类故障, 利用卡尔曼滤波器的残差观测量进行滤波, 通常可以在不借助冗余观测量的情况下快速检测和隔离故障。建立软件接收机平台, 利用卡尔曼滤波器进行导航信号的矢量跟踪, 在跟踪环中模拟故障的发生并依靠残差序列滤波的方法检测并排除错误观测量。实验表明, 在算法模拟的短时较大幅度干扰下, 完好性监测方法可以快速检测并排除错误观测量对环路跟踪的影响, 且无需冗余观测量。

关键词: 故障检测; 卡尔曼滤波器; 矢量跟踪

中图分类号: TN966

文献标识码: A

文章编号: CN11-1780(2021)03-0014-05

Research on integrity technology of vector tracking using Kalman filter residual

ZHAO Tiandong

(Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100076, China)

Abstract: In view of the various faults that may occur while tracking the satellite navigation signal, the residual observations of the Kalman filter are used for filtering, and the faults can usually be quickly detected and isolated without the use of redundant observations. This paper establishes a software receiver platform, uses Kalman filter for vector tracking of navigation signals, simulates the occurrence of faults in the tracking loop and relies on residual sequence filtering to detect and eliminate erroneous observations. Experiments show that under the short-term and large-scale interference simulated by the algorithm, the integrity method can quickly detect and eliminate the influence of erroneous observations on loop tracking without redundant observations.

Key words: Fault detection; Kalman filter; Vector tracking

引 言

故障检测与完好性监测主要是为了得到导航系统的最佳性能^[1]。关于完好性监测的技术有: 故障检测 FD (Fault Detection) 简单地指示有故障并向用户警告; 故障检测与恢复 FDR (Fault Detection and Recovery) 找到被污染的数据并试图恢复; 故障检测与隔离 FDI (Fault Detection and Isolation) 提供未被污染的数据; 故障检测与排除 FDE (Fault Detection and Exclusion) 进一步确认导航参数是无误的。其主要的功能是检测并缓解故障和确定导航参数是否可用。

一般的导航系统的故障模式大致存在这样几种: GNSS 故障、INS 故障、导航算法故障和应用场景带来的故障。GNSS 故障可主要分为卫星故障、大气层传输异常和本地通道故障。卫星故障一般包括低传输功率故障、时钟故障、非正常码的形状等。大气层传输异常指太阳或气象风暴等原因导致的大气传输延迟和电离层闪烁。本地通道故障通常由无 LOS 观测、多路径、信号跟踪失锁导致。很多情况下卫星故障和大气传播问题也会被检测为本地通道故障^[2]。

故障检测与完好性监测技术可以分为两类: 一类是系统级的, 一类是用户级的。

系统级的完好性监测使用固定的监测站来确定故障, 适合检测 GNSS 卫星故障, 如时钟故障、不规范码波形等。由于监测站天线的位置已知, 并且具有高性能的时钟, 监测站的测量数据可以用来确定信号的精度并且更容易检测发送信号的故障。使用固定监测站监测故障并借助通信系统将数据播发给用

户,即为系统级的完好性监测。

很多故障检测只能通过用户接收机设备的完好性监测来完成。用户级的完好性监测又称为传感器级或接收机级的完好性监测,主要包括导航参数范围检查、卡尔曼滤波的量测检测、基于一致性检测的完好性监测与RAIM等。这类故障检测方式针对信号传播过程中的多路径、传感器故障或数值计算与软件算法等,其中的一些并不能通过地面监测站来进行监测,此外,通过例如RAIM的用户级故障检测方法检测卫星故障时的时效性更佳。

1 卡尔曼滤波器残差

在用户级的接收机完好性监测中,卡尔曼滤波器是一个检测故障的有力工具。首先,由于在卡尔曼滤波器运行过程中,量测残差将会参与每个历元的滤波过程,因而使用量测残差进行完好性监测不需要增加额外的计算量;通过卡尔曼滤波器的量测残差,可以进行残差滤波与残差序列监测。

对于标准卡尔曼滤波情况,归一化的残差定义为

$$\mathbf{y}_{k,j}^- = \frac{\delta z_{k,j}^-}{\sqrt{\mathbf{C}_{\delta z,k,j,j}^-}} \quad (1)$$

δz_k^- 表示卡尔曼滤波器观测残差。 $\mathbf{C}_{\delta z,k}^-$ 表示其协方差矩阵,它是量测噪声协方差以及转换到量测空间的状态估计的误差协方差之和。

在一个理想的卡尔曼滤波器中,这些归一化残差为零均值单位方差的高斯随机变量^[3]。由于高斯白噪声模型的原因,一旦估计的状态已经收敛到真值时,归一化更新的连续输出值也将会独立。但是在实际情况中,我们对系统噪声和观测噪声协方差矩阵的错误估计和建模、对某些误差的忽略、对非线性系统的状态估计进行闭环反馈以及扩展卡尔曼滤波的使用等,都会使归一化残差的分布发生变化。

2 一般卡尔曼滤波的归一化残差

卡尔曼滤波的状态方程和量测方程的一般形式为^[4]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \Phi_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{Y}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2)$$

其中, \mathbf{x}_k , \mathbf{z}_k 分别为系统的状态量和观测量, \mathbf{u}_k 是系统的控制量; \mathbf{B}_k , \mathbf{Y}_k 为卡尔曼滤波器的控制矩阵 Φ_k , \mathbf{H}_k 为转移矩阵。 \mathbf{w}_k , \mathbf{v}_k 分别是状态噪声和观测噪声,通常被建模成均值为0方差为 σ_0^2 的高斯白噪声,其协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T]$, $\mathbf{R}_k = E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T]$ 。值得注意的是,状态噪声和观测噪声并非是不相关的噪声,一般假设二者在同一时刻是相关的,互相关矩阵如式(3)所示。

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{S}_k \delta_{k,j} \quad (3)$$

卡尔曼滤波进行一步预测之后,所得到的估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 与真实值之间的误差为

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (4)$$

其中, \mathbf{x}_k 是 k 时刻状态量的真值, $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 是 k 时刻的状态预测量。则用状态预测量代替真值所带来的误差为 $\tilde{\mathbf{x}}_k^-$,该误差的协方差矩阵 $\mathbf{P}_k^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_k^- \tilde{\mathbf{x}}_k^{-T}]$ 。

使用估计的状态量 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 而产生的量测误差为

$$\tilde{\mathbf{z}}_k^- = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^- = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (5)$$

或

$$\tilde{\mathbf{z}}_k^- = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v}_k \quad (6)$$

其中, $\tilde{\mathbf{z}}_k^-$ 为观测残差, \mathbf{z}_k 是 k 时刻的观测量, $\hat{\mathbf{z}}_k^-$ 则是利用 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 估计的观测量。根据上文所述,观测残差为高斯随机变量,均值为0,协方差矩阵可以表示为 \mathbf{C}_z^- ,通过卡尔曼滤波的一般滤波算法可以推导出

$$\mathbf{C}_z^- = E[\tilde{\mathbf{z}}_k^- \tilde{\mathbf{z}}_k^{-T}] = \mathbf{H}_k \Gamma_k \mathbf{P}_k^- \Gamma_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (7)$$

其中, Γ_k 矩阵是相关噪声协方差阵 \mathbf{Q}_k , \mathbf{R}_k , \mathbf{S}_k 的线性组合, 它表示了运算过程中的过程量。于是根据式 (5) 和式 (7) 可以得出带有控制量的卡尔曼滤波量测残差的归一化残差为

$$\mathbf{y}_{k,j}^- = \frac{\tilde{z}_{k,j}^-}{\sqrt{\mathbf{C}_{\tilde{z}_{k,j}^-}^-}} = \frac{\mathbf{z}_{k,j} - \mathbf{H}_{k,j} \hat{\mathbf{x}}_{k,j}^-}{\sqrt{\mathbf{H}_{k,j} \Gamma_{k,j} \mathbf{P}_{k,j}^- \Gamma_{k,j}^T \mathbf{H}_{k,j}^T + \mathbf{R}_{k,j,j}}} \quad (8)$$

卡尔曼滤波器在量测更新阶段前, 可以利用上文所述的归一化残差 \mathbf{y}_k^- 进行残差滤波和残差序列监测。

残差滤波也称为量测选通, 指用一个阈值来比较每一个归一化测量残差的大小, 并剔除那些超过阈值的量测值。残差滤波一般在卡尔曼滤波增益计算之前进行, 假设 k 时刻的第 j 个量测残差大于设定的门限值, 则认为观测量 \tilde{z}_k^- 的第 j 个元素不应该被用于量测更新。当该观测量被主动舍弃时, 同时意味着删除 \mathbf{H}_k 和 \mathbf{R}_k 的对应行和列。

残差滤波是卡尔曼滤波器的一个通用的滤波过程, 即使在某些应用环境下没有相应的完好性要求, 该滤波过程也应当被使用; 残差滤波对于短期错误数据非常有用, 例如, 特征匹配中的误定位、磁场环境的异常导致的错误观测量、处于失锁边缘的卫星信号跟踪环路的错误观测量等; 此外, 残差滤波可以监测观测量序列中由电磁干扰、数据通信错误或时序问题等导致的毛刺。当这些毛刺足够大时, 即使不借助冗余观测量也可以剔除这些突变毛刺带来的问题。残差滤波虽然可以实时地监测突变的误差, 但却很难检测到逐渐累积起来的慢变误差。在误差累积到足够大之前, 故障实际上已经污染了观测量, 在没有冗余观测量的情况下, 残差滤波的检测效果将得不到保障。

为了建立慢变误差带来的观测量残差的统计量, 先将 N 个残差观测量求平均, 即

$$\mu_{kj} = \frac{1}{N} \sum_{i=k+1-N}^k \mathbf{y}_{i,j}^- \quad (9)$$

式 (9) 为残差序列, 该式表示 N 个独立采样的随机变量的平均值, 若该随机变量服从 $N(0,1)$ 的标准正态分布, 则其平均值服从 $N(0,1/N)$ 的正态分布。

设置 $T_{b\mu}$ 为残差序列阈值, 则当满足如下条件时可以认为检出该残差序列的故障。

$$|\mu_{kj}| > \frac{T_{b\mu}}{\sqrt{N}} \quad (10)$$

残差滤波和残差序列监测都是为了及时发现滤波过程中的各种故障, 并及时地对故障进行处理。残差滤波主要是为了即时检测大的异常, 而残差序列监测可以在一段时间内检测小的异常。

3 残差检测完好性算法实现

实际情况下, 由于系统和环境的诸多非线性因素, 残差统计量常不能够维持标准正态分布, 这时需要先得到卡尔曼滤波残差的先验知识, 例如残差序列的统计信息 (均值、方差和分布等), 然后进一步确定具体的统计量和判决门限。图 1、图 2、表 1 分别展示了对式 (8) 的观测量残差和式 (9) 的残差

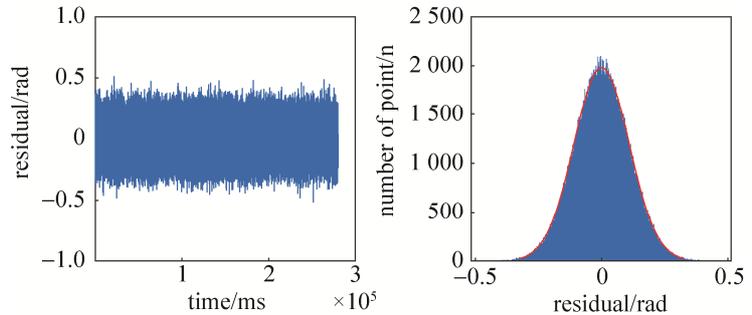


图 1 残差观测量的统计特性

Fig. 1 Statistical characteristics of Kalman filter residual

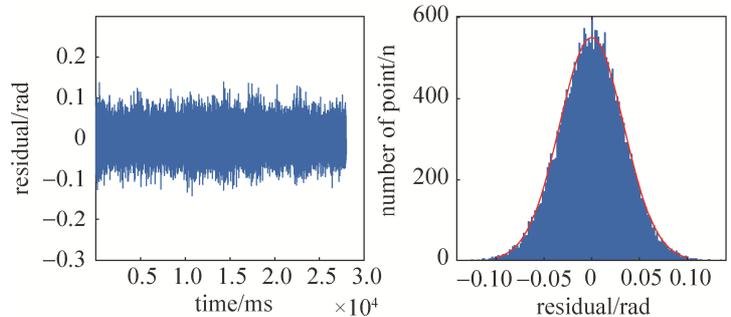


图 2 残差序列的统计特征 ($N=10$)

Fig. 2 Statistical characteristics of residual sequence results ($N=10$)

序列进行统计之后的结果。

该结果说明了实际情况下卡尔曼滤波器量测更新之前的残差统计量的分布情况。可以明显地看出，残差与残差序列在实际情况中依然服从正态分布，且均值在零附近，但方差因现实中的各种非线性因素而不能呈现单位方差的状态。图2是图1在 $N=10$ 情况下的残差序列，值得注意的是，该序列的标准差相比图1缩小了 $1/\sqrt{10}$ ，这与前文的描述保持一致。

在软件接收机中利用算法模拟故障源的产生，使用文献[5]中的卡尔曼滤波跟踪模型进行仿真，跟踪模型如式(11)所示：

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta T & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \end{pmatrix}_{k-1} - \Delta T \omega_{k-1} + w_{k-1} \\ z_k = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\Delta T}{2} & \frac{\Delta T^2}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_p \\ x_v \\ x_a \end{pmatrix}_k - 0.5 \Delta T \omega_k + v_k \end{cases} \quad (11)$$

滤波模型与环路跟踪的参数见表2。使用的完好性监测卡尔曼滤波算法如图3所示。

选择残差序列 $N=1$ 进行滤波，在确定门限时，如果 N 的取值较小，则一般选择大于或等于正态分布的 3σ 分位点作为判决门限。在滤波过程中加入一个持续5ms的较强干扰，如图4所示。

从图4中的蓝色线可以看出，当较强的干扰加入到滤波器之后，载波相位误差出现明显的波动，最大波动幅度在0.8rad附近，由于后续正确观测量的修正作用，滤波器经过约0.5s时间后再度稳定；如图4中的红色线所示，加入FDE算法的滤波器可以检测到干扰并消除其带来的载波相位残差的不稳定。图5表明，在干扰被注入滤波器之后伪距误差在短时间内的波动现象。经过上文所示故障检测和隔离算法之后的效果如图5红色线所示，通过对卡尔曼滤波器残差序列的监测，可以隔离该故障对滤波器造成的严重后果。当干扰被输入到滤波器后，残差序列统计量超过门限值，通过基本的故障排除算法将该时刻的观测量残差隔离，以免其影响滤波器的运行。

值得关注的是，合理地设计残差检测统计量是系统灵敏度和系统检测能力的一个折衷。针对快变的环境干扰或传感器故障带来的误差毛刺，可以建立短残差序列，即让式(9)中的 N 取小值。如本文所述，多数情况下可以取单独的残差作为统计量即 $N=1$ ，这样可以在不增加额外运算量的情况下对系统进行故障检测与排除。同理，当遇到系统故障导致误差呈现慢变状态时，可以建立长残差序列。残差序列的长短决定了残差统计量建立的时间，从而导致系统对故障的反应速度也会不同。当 N 取值较大时，利用量测残差的正态分布特性，通过计算残差样本的分布可以构造 χ^2 分

表1 残差滤波与序列检测的统计值
Table 1 Statistical characteristics of Kalman filter residual and residual sequence

	残差滤波	序列监测
平均值	0.001 5	0.001 5
标准差	0.108 2	0.033 7
最大值	0.485 8	0.139 2

表2 滤波模型与环路跟踪参数
Table 2 Kalman filter model and parameters for signal tracking

环路跟踪参数	参数意义
x_p	载波相位差
x_v	多普勒
x_a	多普勒变化率
$\Delta T=1$ ms	滤波间隔
ω	载波 NCO

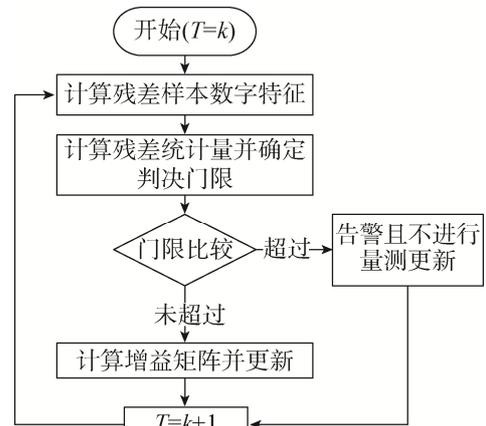


图3 滤波算法流程图

Fig. 3 Algorithm flow chart of filtering

布或 T 分布等统计量进行统计检验。在故障发生期间, 由于残差统计量的非标准正态分布特性, 在 N 值合适的情况下可以正确检测故障, 必要时可以直接隔离故障通道, 使导航滤波器免受错误观测量的影响。

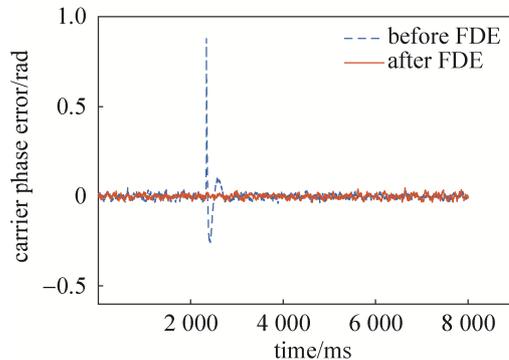


图 4 载波相位差的量测更新残差

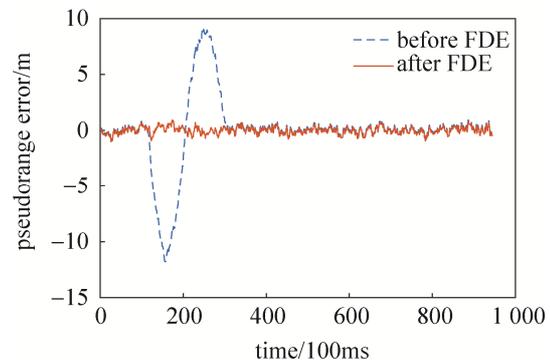


图 5 使用 FDE 算法前后的伪距误差变化

Fig. 4 Observation residual of carrier phase difference Fig. 5 Pseudorange error after using FDE algorithm

另外, 合理地设计判决门也是系统漏检率与虚警率的折衷。由于实际情况下的残差服从正态分布, 在选择告警门限后势必存在虚警与误警的概率。由于卡尔曼滤波特有的量测更新与系统预测体系, 短时间内的较大误差或误判决对整个滤波过程影响不大, 因此, 在判决门限的选择方面可以十分灵活。

4 结束语

本文通过基于卡尔曼滤波器的卫星导航环路跟踪模型观测量残差的分布特性, 建立了残差序列作为检验统计量, 实现了载波跟踪环路中故障的检测与隔离, 且可以在不加入额外计算量的情况下实现, 具有较大的实用性。

参考文献

- [1] PSIAKI M L. Smoother-based GPS signal tracking in a software receiver[C]. Proc. of ION GPS, Salt Lake City, UT, 2001: 2900–2913.
- [2] 曾广裕, 申强, 董宇光, 等. 基于软件接收机的标量与矢量跟踪算法设计与分析[J]. 北京理工大学学报, 2016, (8): 801–806.
ZENG Guangyu, SHEN Qiang, DONG Yuguang, et al. Design and analysis of scalar and vector tracking algorithms based on software receiver[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, (8): 801–806.
- [3] CLARK B. GPS/INS operation in shadowed environments[D]. Master's thesis, Auburn University, 2006.
- [4] 程俊仁, 刘光斌, 姚志成. GNSS 接收机矢量跟踪算法研究综述[J]. 宇航学报, 2014, 35(4): 380–387.
CHENG Junren, LIU Guangbin, YAO Zhicheng. Review on vector tracking algorithm for GNSS receiver[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(4): 380–387.
- [5] 李明玉, 李奇奋, 艾伦, 等. 车载环境下 GPS 矢量跟踪主滤波器的研究实现[J]. 遥测遥控, 2019, 40(4): 49–53.
LI Mingyu, LI Qifen, AI Lun, et al. Research and implementation on GPS vector tracking Kalman filter in vehicle environment[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2019, 40(4): 49–53.

[作者简介]

赵天东 1995 年生, 在读硕士研究生, 主要从事卫星导航信号处理方向研究。