

# 基于变步长 LMS 算法的 IMU 信号降噪研究

修 展, 葛 立

(北京航天长征飞行器研究所 北京 100076)

**摘要:** 针对遥测系统小型化惯性测量单元惯性敏感元件精度较低, 随机噪声较大的情况, 研究基于变步长 LMS 自适应滤波技术的 IMU 信号实时降噪问题。算法通过实时递推得到失调误差和输入信号的互相关系数估值, 利用估值实现算法的变步长控制, 克服了固定步长 NLMS 滤波在收敛速度、跟踪能力和稳态精度之间的矛盾, 具有收敛速度快、稳态精度高、动态信号随机噪声抑制能力强的优点。实验表明, 变步长 LMS 自适应滤波技术可有效降低 IMU 信号的随机噪声, 为遥测系统测量精度的提高提供技术支持。

**关键词:** IMU; 变步长; 最小均方算法; 自适应滤波; 降噪

中图分类号: TP212.1 文献标识码: A 文章编号: CN11-1780(2021)02-0035-07

## Noise attenuation of IMU signal based on variable step size LMS algorithm

XIU Zhan, GE Li

(Beijing Institute of Space Long March Vehicle, Beijing 100076, China)

**Abstract:** To reduce the random noise of inertial sensors with low precision in IMU of telemetry system, a variable step-size LMS (VSSLMS) adaptive filter is applied to noise attenuation of IMU signal. An estimated cross-correlation coefficient between the offset error and the input signal is used to control the step size of the algorithm. Then the contradiction among the convergence speed, tracking performance and steady-state accuracy of the fixed step-size NLMS is overcome. Compared with the fixed step-size NLMS algorithm, the faster convergence speed, higher steady-state accuracy and better noise attenuation of dynamic signal can be achieved. It has been shown by experiments that the random noise of slave IMU signal is effectively reduced with the use of VSSLMS adaptive filter, which can offer a technical support for the improvement of measurement precision of telemetry system.

**Key words:** IMU; Variable step-size; LMS; Adaptive filtering; Noise attenuation

## 引 言

飞行器遥测系统负责飞行试验过程中环境参数的测量、采集和存储, 对飞行器经历的力、热环境进行监测, 是飞行试验结果考核和后续飞行器设计优化的主要依据<sup>[1,2]</sup>。随着技术的发展, 对遥测系统测量精度的要求逐渐提高, 其中对高精度角速率和加速度参数的获取, 能够有效提高飞行气动参数和误差辨识的准确性, 为飞行器外形设计迭代优化提供可靠的数据支撑<sup>[3]</sup>。

目前, 高精度角速率和加速度测量主要由惯性测量单元 IMU (Inertia Measurement Unit) 实现。由于飞行器安装空间的限制, IMU 要求体积小、重量轻, 因此选用小型化陀螺和加速度计测量角速度和加速度信息。但是, 小型化惯性敏感元件精度较低, 零漂和随机游走等随机噪声较大, 对子系统的测量精度产生较大影响, 试验后数据分析产生较大误差<sup>[4,5]</sup>。因此, 对小型化 IMU 惯性敏感元件的随机噪声进行有效处理, 成为提高测量精度的必要手段。对于惯性敏感元件的降噪, 滤波技术是有效途径之一。文献[4,5]在建立随机噪声模型的基础上, 采用卡尔曼滤波方法实现惯性敏感元件随机信号的处理。此方法在准确建模的前提下, 可以得到比较好的滤波降噪效果, 但是由于惯性敏感元件随机信号的模型实时改变, 无法准确获得, 因而该方法无法长期获得理想的降噪效果。近年来, 基于最小均方 LMS (Least Mean Square) 准则的自适应滤波技术因算法简单<sup>[6-8]</sup>、不需要输入数据的模型和先验知识等优势, 开始在陀螺和加速度计等惯性敏感元件随机噪声实时处理中广泛应用<sup>[9-13]</sup>。

文献[10]采用 FLP (Forward Linear Prediction) 滤波算法对光纤陀螺进行降噪处理, 在降低陀螺零偏不稳定性、角度随机游走和抑制高频噪声上取得明显效果。但算法存在明显局限性, 步长参数的计算导致了实时滤波中大大增加收敛所花费的时间。文献[11~13]采用 NLMS (Normalized LMS) 算法实现光纤陀螺的噪声抑制, 但需要根据应用系统带宽, 选择合适的滤波器阶数, 无法动态调整步长, 无法得到最佳的降噪效果和动态跟踪性能。本文考虑一类选用小型光纤陀螺 FOG (Fiber Optic Gyros) 和石英挠性加速度计的 IMU。为了降低 IMU 中惯性敏感元件的随机噪声, 提高子系统测量精度, 首先, 对 IMU 惯性敏感元件输出信号进行分析, 得到 IMU 输出信号的组成; 然后, 针对 IMU 中随机信号特点, 采用一种基于失调误差和输入信号互相关系数估值的变步长最小均方 VSSLMS (Variable Step Size LMS) 自适应滤波算法, 对小型化 IMU 惯性敏感元件输出信号的随机噪声进行实时处理; 最后, 通过实验验证该算法对 IMU 惯性信号降噪的效果。

### 1 小型化 IMU 惯性信号分析

遥测系统在飞行器不同位置布置小型化光纤 IMU, 通过串行总线与采集编帧设备互联, 满足不同节点高精度角速率和加速度参数的测量, 如图 1 所示。

小型化光纤 IMU 的测量精度直接决定遥测系统的采集精度, 而 IMU 的测量精度由 FOG 和加速度计等惯性敏感元件输出信号的精度决定。

FOG 是一种基于 Sagnac 效应的角速率传感器, 与传统机电陀螺相比, 其输出量中存在显著噪声, 如式 (1) 所示。

$$\Omega_i(t) = \Omega_{ai}(t) + \varepsilon_{bi}(t) + \varepsilon_{ri}(t) + \omega_{gi}(t), i = x, y, z \quad (1)$$

式中,  $\Omega_i(t)$  为陀螺输出,  $\Omega_{ai}(t)$  为真实的角速度,  $\varepsilon_{bi}(t)$  为陀螺零偏,  $\varepsilon_{ri}(t)$  为陀螺零漂,  $\omega_{gi}(t)$  为白噪声信号, 由陀螺的随机游走系数表征。其中,  $\varepsilon_{bi}(t)$  每次上电为常值, 可以通过标定的方式进行补偿。

同样, 对加速度计而言, 其输出信号主要也由四部分组成, 如式 (2) 所示。

$$A_i(t) = A_{ai}(t) + \nabla_{bi}(t) + \nabla_{ri}(t) + \omega_{ai}(t), i = x, y, z \quad (2)$$

式中,  $A_i(t)$  为加速度计输出信号,  $A_{ai}(t)$  为真实的加速度信息,  $\nabla_{bi}(t)$  为加速度计偏置误差,  $\nabla_{ri}(t)$  为加速度计的偏置稳定性,  $\omega_{ai}(t)$  为加速度计的白噪声信号。同样,  $\nabla_{bi}(t)$  可以通过标定补偿。

由以上公式可以看出, 为了得到真实的测量信息, 需要对 FOG 和加速度计测量输出的各种误差信号进行补偿, 其中, 惯性器件的常值零偏可以通过标定的方式进行补偿。但是, 由于零漂和随机游走噪声等随机信号不能准确建模, 难以进行有效抑制, 已成为影响 IMU 测量精度的主要因素。特别是受体积和成本的约束, IMU 中的 FOG 和石英挠性加速度计精度较低, 测量输出随机噪声较大的特点尤为突出, 大大影响遥测系统的测量精度。因此, 为了抑制零漂和随机游走噪声的影响, 提高 IMU 的测量精度, 本文采用无需信号模型、鲁棒性强的 VSSLMS 自适应算法对陀螺和加速度计进行滤波处理。

## 2 LMS 自适应降噪

### 2.1 前向线性预测滤波理论

前向线性预测 FLP 滤波的主要思路就是通过先前时刻的量测信号乘以相应的权值来预测当前时刻的值, 作为滤波器的输出。由于宽带噪声信号相关性很弱, 无法通过预测的方式得到当前时刻的值, 因此, 信号在通过滤波器后, 噪声信号被有效地衰减。FLP 滤波器的结构如图 2 所示。

由图 2 可得, 当前时刻的估计值  $\hat{u}(n)$  表示为

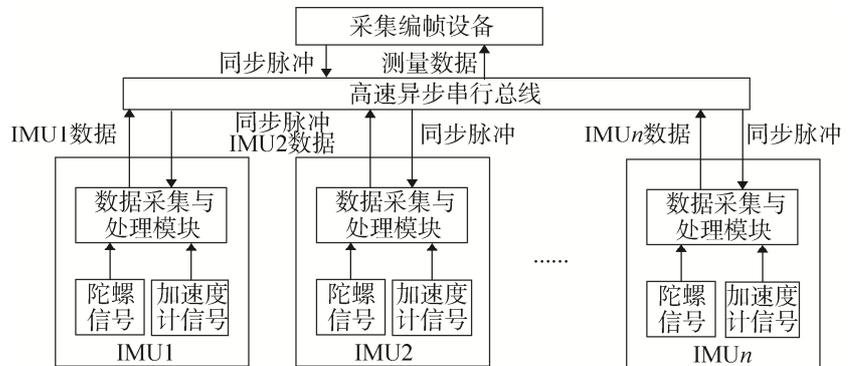


图 1 遥测系统 IMU 采集示意图

Fig. 1 Schematic diagram of IMU data collection in telemetry system

$$\hat{u}(n) = \sum_{k=1}^M \alpha_k u(n-k) = \mathbf{A}^T(n) \mathbf{U}(n) \quad (3)$$

式中,  $\alpha_k$  为抽头权重系数,  $\mathbf{A}(n) = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_M]$  为  $M \times 1$  维的抽头权重向量;  $u(n-k)$  为  $k$  个采样时刻前的输入信号,  $\mathbf{U}(n-1) = [u(n-1) \ u(n-2) \ \dots \ u(n-M)]$  为  $M \times 1$  维的输入向量;  $M$  为 FLP 的滤波阶数, 随着  $M$  的增大, 滤波效果改善。

### 2.2 LMS 自适应算法

为了达到更好的滤波降噪效果, 在 FLP 滤波器的基础上, 采用 LMS 准则, 使估值  $\hat{u}(n)$  和输入  $u(n)$  之间的误差达到最小, 得到如图 3 所示 LMS 自适应滤波算法。

其中,  $e(n)$  为滤波器估计输出与输入的失调误差。为了实现滤波的自适应, 定义均方误差 MSE (Mean Square Error) 为代价函数。

$$J(n) = E[e(n)^2] = E[u(n) - \hat{u}(n)]^2 \quad (4)$$

自适应 LMS 算法就是通过实时递推调整滤波器的抽头权重向量  $\mathbf{A}(n)$ , 使 MSE 最小, 得到最佳的权重系数, 实现有用信号的实时跟踪, 滤除噪声信号, 达到降噪的目的。

对于自适应 LMS 算法而言, 其性能主要由收敛速度、跟踪能力和稳态精度三项指标表征。其中, 滤波器的收敛速度决定了算法达到最优降噪效果的速度, 稳态精度反映了最终的降噪效果。而滤波器的动态跟踪能力与收敛速度密切相关, 收敛速度越快, 算法对有用信号的跟踪能力就越强, 对动态信号的降噪效果就越好。

为了提高算法的性能, 文献[12,13]在对 FOG 信号进行降噪处理时, 对 FOG 输出序列  $\mathbf{U}(n)$  进行了归一化处理, 克服了 LMS 算法中  $u(n)$  较大时, 滤波器产生较大的梯度噪声的缺点, 得到归一化最小均方 NLMS 自适应滤波算法。其抽头权重向量的递推估计公式如式 (5) 所示。

$$\mathbf{A}(n+1) = \mathbf{A}(n) + \frac{\mu}{\mathbf{U}^T(n-1)\mathbf{U}(n-1)} e(n)\mathbf{U}(n-1) \quad (5)$$

式中,  $\mu$  为步长参数, 是一个常值, 其大小影响了收敛速度、跟踪能力和稳态精度。

对 NLMS 算法而言, 其收敛时间  $\tau_{i(\text{NLMS})}$  和稳态噪声的功率  $\sigma_{e(\text{NLMS})}^2(\infty)$  分别如式 (6) 和式 (7) 所示。

$$\tau_{i(\text{NLMS})} \approx \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j}{\mu \lambda_i}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

$$\sigma_{e(\text{NLMS})}^2(\infty) \approx \frac{\mu \sigma_V^2}{2 - \mu} \quad (7)$$

式中,  $\lambda_j$  为输入信号自相关矩阵的第  $j$  个特征值,  $\sigma_V^2$  为输入信号随机噪声的功率。

由上式看出,  $\mu$  值越大, 收敛速度越快, 动态跟踪能力越强, 但稳态噪声增大; 相反,  $\mu$  值减小能够得到更小的稳态噪声, 却会导致收敛速度的减慢和跟踪性能的下降。因此, 固定步长 NLMS 算法无法同时实现算法的收敛速度、动态跟踪性能和稳态精度的最优化。

### 2.3 变步长 LMS 自适应算法

为了克服固定步长 NLMS 自适应滤波算法在收敛速度、跟踪能力和稳态精度上的矛盾, 本文采用文献[14]提出的利用失调误差  $e(n)$  与输入信号  $\mathbf{U}(n)$  互相关系数的估值调整步长参数的 VSSLMS 自适应滤波器设计方法, 通过互相关系数估值的改变调整步长参数, 实现变步长控制, 使 LMS 算法的收敛速度、跟踪能力和稳态精度同时达到最优。其基本思想是, 在算法未收敛或系统动态性能较强时, 失调误差  $e(n)$

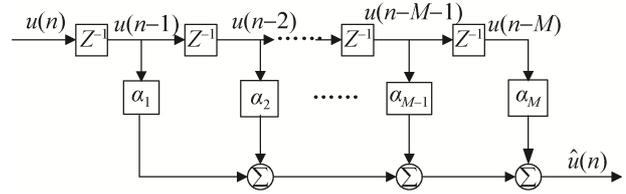


图 2 FLP 滤波器结构

Fig. 2 Structure of FLP filter

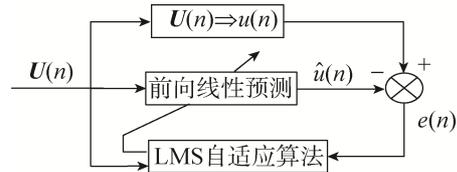


图 3 LMS 自适应滤波算法结构

Fig. 3 Structure of LMS adaptive filtering algorithm

与输入参考信号  $U(n)$  的互相关系数估值较大, 通过增大步长参数, 提高收敛速度和动态信号的跟踪能力; 当算法收敛后, 上述估值减小, 此时, 大幅度减小步长参数, 保证算法最终的稳态精度达到最优。

为了得到上述互相关系数的估值, VSSLMS 算法需要进行如下所示的递推过程。

$$Q_e^2(n) = \lambda Q_e^2(n-1) + (1-\lambda)e^2(n) \quad (8)$$

$$Q_i^2(n) = \lambda Q_i^2(n-1) + (1-\lambda)u^2(n-i) \quad (9)$$

$$Q_{e,i}(n) = \lambda Q_{e,i}(n-1) + (1-\lambda)e(n)u(n-i) \quad (10)$$

$$C_i(n) = \frac{Q_{e,i}(n)}{Q_e(n)Q_i(n)} \quad (11)$$

$$ACC(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} |C_i(n)| \quad (12)$$

式中,  $ACC(n)$  即为  $e(n)$  与  $U(n)$  互相关系数的估值,  $Q_{e,i}(n)$ 、 $Q_e(n)$ 、 $Q_i(n)$ 、 $C_i(n)$  为递推过程的中间参数,  $\lambda$  为指数加权因子, 它的大小决定了递推算法的记忆长度和估计精度。 $\lambda$  值越小, 对 IMU 运动信号的跟踪能力越强, 而估计的精度越差, 为保证精度, 一般取  $0.9 \leq \lambda \leq 1$ 。

利用互相关系数估值, 最终得到 VSSLMS 自适应滤波算法的抽头权重向量的递推公式 (13)。

$$A(n+1) = A(n) + \frac{\beta ACC(n)}{U^T(n)U(n)} e(n)U(n) \quad (13)$$

式中,  $\beta$  为步长比例因子, 为了保证算法的收敛,  $\beta$  取值范围为  $0 < \beta < 2$ 。

对于 VSSLMS 自适应算法而言, 其收敛时间  $\tau_{i(\text{VSS})}$  和稳态噪声的功率  $\sigma_{e(\text{VSS})}^2(\infty)$  分别由式 (14) 和式 (15) 表征。

$$\tau_{i(\text{VSS})} \approx \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j}{\beta ACC(n) \lambda_i}, i=0,1,\dots,N-1 \quad (14)$$

$$\sigma_{e(\text{VSS})}^2(\infty) \approx \frac{\beta ACC(\infty) \sigma_v^2}{2 - \beta ACC(\infty)} \quad (15)$$

式中,  $ACC(\infty)$  为达到稳态时  $e(n)$  与  $U(n)$  互相关系数的估值, 此时, 由于算法已经收敛得到最优权重系数, 因此,  $ACC(\infty)$  远小于收敛过程的  $ACC(n)$ 。

从上述公式看出, 算法在未收敛时, 互相关系数估值  $ACC(n)$  较大,  $\tau_{i(\text{VSS})}$  减小, 收敛过程缩短, 动态跟踪能力增强; 而当进入稳态后,  $ACC(\infty)$  很小, 因而算法的稳态噪声也很小。

为了与固定步长 NLMS 算法的性能进行比较, 得到式 (16) 和式 (17)。

$$\tau_{i(\text{NLMS})} / \tau_{i(\text{VSS})} \approx \beta ACC(n) / \mu \quad (16)$$

$$\sigma_{e(\text{NLMS})}^2(\infty) / \sigma_{e(\text{VSS})}^2(\infty) \approx \frac{\mu(2 - \beta ACC(\infty))}{\beta ACC(\infty) \cdot (2 - \mu)} \quad (17)$$

要使 NLMS 算法和 VSSLMS 算法具有相同的稳态失调误差, 即要求

$$\mu = \beta ACC(\infty) \quad (18)$$

此时, 一定有

$$\tau_{i(\text{VSS})} < \tau_{i(\text{NLMS})} \quad (19)$$

即在稳态失调误差相同时, VSSLMS 算法收敛时间小于 NLMS 算法。同样, 当两种算法收敛时间相同时, VSSLMS 算法稳态失调误差小于 NLMS 算法。

基于上述分析可以看出, VSSLMS 自适应算法通过动态调整步长参数, 解决了固定步长 NLMS 算法在收敛速度、动态跟踪性能和稳态失调误差之间的矛盾, 实现了算法性能的最优化。对于小型化 IMU 而言, 不仅需要通过滤波降低输出信号的随机噪声, 提高信噪比, 还要求滤波算法具有较强的收敛速度

和动态跟踪能力，保证信号具有良好的实时性能。因此，VSSLMS 算法能够有效地实现 IMU 惯性敏感元件的降噪，提高 IMU 的测量精度。

### 3 实验验证

#### 3.1 静态实验

为了验证基于失调误差与输入信号互相关系数的 VSSLMS 自适应滤波算法对静态数据的降噪效果，利用实验室现有的某型号小型光纤陀螺 IMU，将 IMU 置于大理石平台上，连续采集 100 s 的 FOG 信号，得到 100 Hz 输出的静态数据。分别利用 NLMS 算法和 VSSLMS 算法对 X 轴陀螺数据进行降噪处理。由于静态数据无法体现出滤波器的收敛过程，为了比较两种算法收敛速度的不同，将滤波器初始失调误差调整为 0.2，模拟算法的收敛过程，然后分别用两种滤波方法对 FOG 数据进行处理，得到图 4 的滤波结果和图 5 所示滤波过程失调误差的变化。其中，固定步长 NLMS 算法中步长参数  $\mu$  取 0.02，从而在保证滤波精度的同时有较快的收敛速度；对 VSSLMS 算法而言，为了提高精度，取  $\lambda$  为 0.995， $\beta$  为 1。另外，为了保证系统的实时性，两种算法滤波器的阶数取为 20。

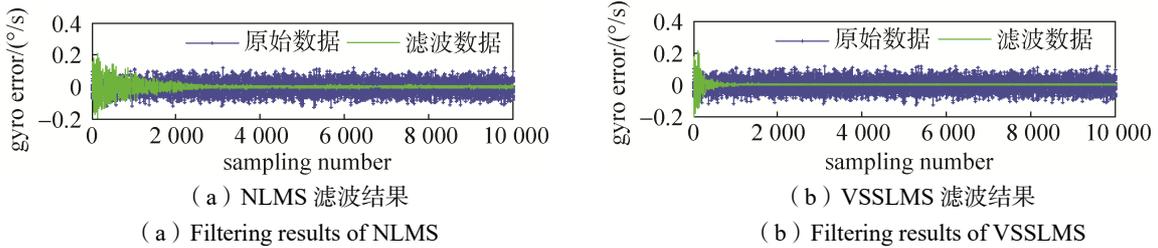


图 4 FOG 静态数据滤波结果

Fig. 4 Filtering results of static FOG data

从图 4 中明显看出，两种自适应滤波算法对随机噪声信号都进行了有效的衰减，提高了数据的信噪比；从图 5 看出，本文采用的 VSSLMS 自适应滤波算法的收敛速度远高于 NLMS 算法，同时，稳态误差也远小于 NLMS 算法。

为了定量地观察两种滤波算法对 FOG 数据处理后，零漂和随机游走系数的改变，对原始数据和滤波后的数据进行 Allan 方差分析，得到如图 6 所示的曲线。根据 Allan 方差分析结果，采用最小二乘拟合，得到 FOG 的零漂和随机游走。

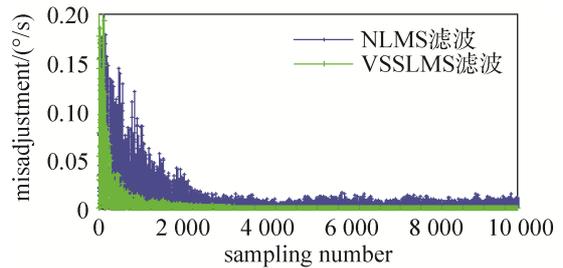


图 5 滤波过程失调误差比较

Fig. 5 Comparison of misadjustment of filtering

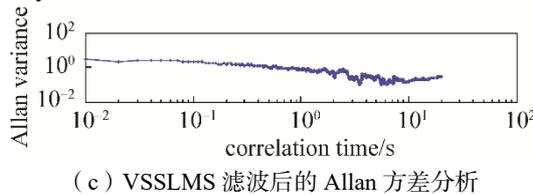
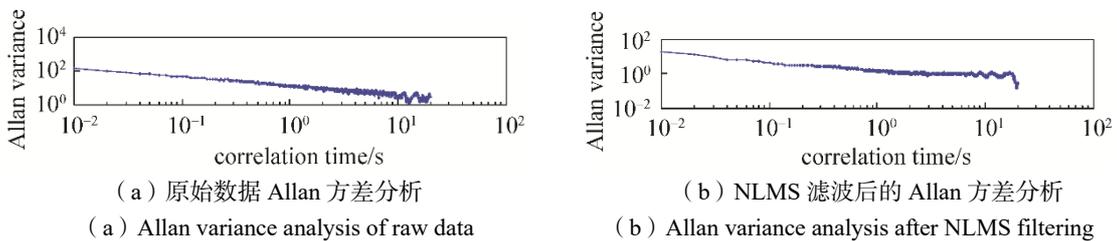


图 6 FOG 数据 Allan 方差分析

Fig. 6 Allan variance analysis of FOG data

根据以上实验, 得到表 1 所示实验结果。

从 Allan 方差分析的结果可以看出, 经过 VSSLMS 算法滤波处理的陀螺的零漂和随机游走明显减小, 分别从  $5.584^{\circ}/h$  和  $0.2214^{\circ}/\sqrt{h}$  降低到  $1.082^{\circ}/h$  和  $0.0091^{\circ}/\sqrt{h}$ , 达到了小型化 IMU 的降噪要求。与 NLMS 算法相比, VSSLMS 算法在降噪效果更优的情况下, 收敛过程仅用了 651 次迭代, 收敛速度更快, 约为 NLMS 算法收敛时间的 1/3。因此, VSSLMS 算法实现了收敛速度和稳态精度同时达到最优。

### 3.2 动态实验

为了比较 NLMS 和 VSSLMS 自适应滤波算法对动态数据的降噪效果, 验证算法的跟踪性能, 将小型化 IMU 放在三轴转台上进行 0.1 Hz 摇摆运动, 实时采集 80 s 的动态数据, 如图 7 所示。

利用 NLMS 算法和 VSSLMS 算法对 FOG 数据进行滤波处理, 两种算法中参数的选择与静态实验中相同, 得到滤波结果如图 8 所示。

为了检验动态条件下两种算法的降噪效果, 对经过两种算法处理过的数据进行功率谱密度分析, 如图 9 所示。从整个频段的功率谱可以看出, VSSLMS 自适应滤波算法对宽频噪声衰减大约 40 dB, 远远优于 NLMS 自适应算法; 对功率谱的低频段进行放大, 可以看出, 滤波后数据低频段频谱与原数据低频段重合, 表明算法并没有对有用信号产生影响, 保证了测量数据的准确性。

表 1 FOG 信号滤波前后性能对比

Table 1 Comparison of FOG signal before and after filtering

	原始数据	NLMS 滤波数据 ( $^{\circ}$ )	VSSLMS 滤波数据
零漂 ( $^{\circ}/h$ )	5.584	2.005	1.082
随机游走 ( $^{\circ}/\sqrt{h}$ )	0.2214	0.0240	0.0091
收敛迭代次数	0	1934	651

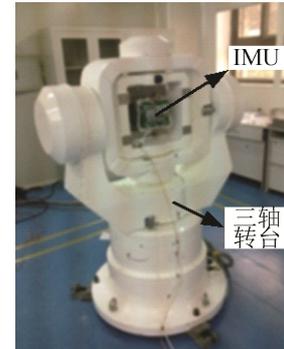


图 7 IMU 动态实验实物图  
Fig. 7 Practicality of IMU dynamic experiment

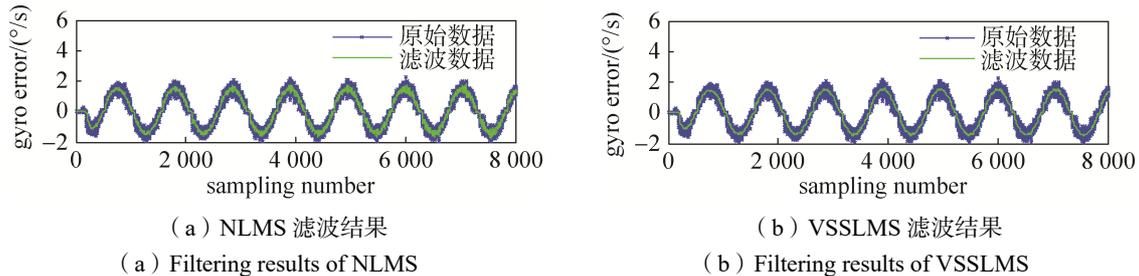


图 8 FOG 动态数据滤波结果

Fig. 8 Filtering results of dynamic FOG data

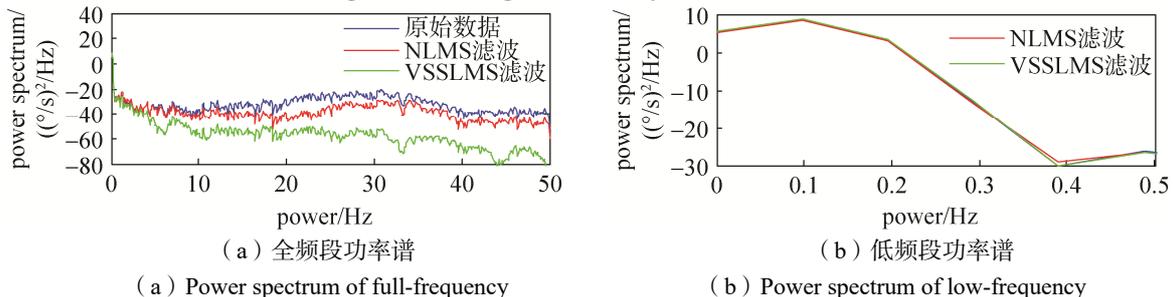


图 9 FOG 动态数据功率谱密度分析

Fig. 9 Power spectrum analysis of dynamic FOG data

## 4 结束语

本文针对遥测系统小型化光纤 IMU 中惯性敏感元件精度较低、随机噪声较大的问题, 在分析 IMU 惯性敏感元件输出信号的基础上, 采用一种利用失调误差与输入信号互相关系数估值改变步长参数的 VSSLMS 自适应滤波算法实现 IMU 信号的降噪处理。静态实验表明, 经过该算法处理过的 FOG 信号,

零漂从  $5.584^\circ/\text{h}$  降低到  $1.082^\circ/\text{h}$ , 随机游走从  $0.2214^\circ/\sqrt{\text{h}}$  降为  $0.0091^\circ/\sqrt{\text{h}}$ , 有效地实现了 IMU 信号的降噪, 提高了 IMU 的信噪比。与固定步长 NLMS 算法相比, VSSLMS 算法在收敛速度和稳态精度指标上同时达到了最优。另外, 通过动态实验的功率谱密度分析结果看出, VSSLMS 算法在保留有用信号的基础上, 对陀螺宽频噪声大约衰减 40 dB, 降噪效果远优于固定步长 NLMS 算法。因此, 本文采用的 VSSLMS 自适应滤波算法非常适合小型化 IMU 的实时降噪, 通过该算法的使用, 有效提高了 IMU 的测量精度, 可为试验数据分析提供可靠的数据支撑。

### 参考文献

- [1] 林涓, 贺峥光. 载人火箭的遥测系统[J]. 导航与运载火箭, 2006(4): 5–10.  
LIN Juan, HE Zhengguang. Telemetry system of manned launch vehicle[J]. Missiles and Space Vehicles, 2006(4): 5–10.
- [2] 孙琦, 苗岩松. 基于 FLASH 存储介质的遥测系统高速存储技术研究[J]. 无线电工程, 2018, 48(2): 111–115.  
SUN Qi, MIAO Yansong. Research on a high-speed storage technology based on flash storage medium for telemetry system[J]. Radio Engineering, 2018, 48(2): 111–115.
- [3] 郭凯. 航天遥测技术现状与发展思考[J]. 遥测遥控, 2015, 36(5): 7–15.  
GUO Kai. Research on the status quo and development trends of aerospace telemetry technology[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2015, 36(5): 7–15.
- [4] EL-DIASY M, PAGIATAKIS S. Calibration and stochastic modeling of inertial navigation sensor errors[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2008, 7(2): 170–182.
- [5] 刘建峰, 江涌, 丁传红. 基于 Kalman 光纤陀螺的随机信号处理[J]. 宇航学报, 2009, 30(2): 604–608.  
LIU Jianfeng, JIANG Yong, DING Chuanhong. Based on Kalman filter processing of FOG signal[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(2): 604–608.
- [6] COSTA M H, BERMUDEZ J C M. A noise resilient variable step-size LMS algorithm[J]. Signal Processing, 2008, 88(3): 733–748.
- [7] ZHAO S, MAN Z, KHOO S, et al. Variable step-size LMS algorithm with a quotient form[J]. Signal Processing, 2009, 89(1): 67–76.
- [8] SHEU J S, WOO T K, WEN J H. A novel convergence accelerator for the LMS adaptive filter[J]. Circuits Syst Signal Process, 2012, 31(1): 283–300.
- [9] NOURELDIN A, DAVE I H, TABLER H. New technique for reducing the angle random walk at the output of fiber optic gyroscopes during alignment processes of inertial navigation system[J]. Optical Engineering, 2001, 40: 2097–2016.
- [10] 易康, 李廷志, 吴文启. FLP 滤波算法在光纤陀螺信号预处理中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(5): 58–62.  
YI Kang, LI Tingzhi, WU Wenqi. Application of forward linear prediction filter in signal process of FOG[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2005, 13(5): 58–62.
- [11] 王立辉, 孙枫, 季强, 等. LMS 自适应滤波算法在 FOG 数据处理中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(5): 1047–1050.  
WANG Lihui, SUN Feng, JI Qiang, et al. Application of LMS adaptive filtering algorithm in FOG data processing[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(5): 1047–1050.
- [12] 陈世同, 孙枫, 高伟, 等. 基于归一化 LMS 算法的光纤陀螺降噪技术研究[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(3): 521–525.  
CHEN Shitong, SUN Feng, GAO Wei, et al. Research on the noise control technology in FOG based on NLMS algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(3): 521–525.
- [13] EL-SHEIMY N, HOU H, NIU X. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance[J]. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2008, 57(1): 140–149.
- [14] SHAN T J, KAILATH T. Adaptive algorithms with an automatic gain control feature[J]. IEEE Trans. Circuits Syst, 1988, 35(1): 122–127.

### [作者简介]

修 展 1987 年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为飞行器遥测系统设计。

葛 立 1985 年生, 硕士, 工程师, 主要研究方向为飞行器遥测产品设计。